FÍSICA

APRÈN UPC

Problemes

Problemas de óptica geométrica e instrumental

Unidad 6: 6.3. Asociación de dioptrios

Jaume Escofet Soteras

Assignatura: Òptica geomètrica

Titulació: Grau en Òptica I Optometria

Curs: 1r Quadrimestre: 1r

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa (FOOT)

Idioma: Castellà

21/06/2022

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

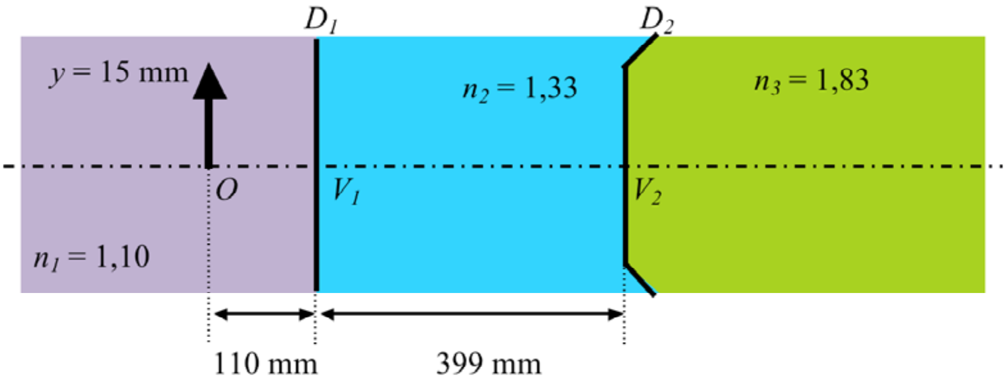
PROBLEMAS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA E INSTRUMENTAL

Unidad 6:
6.3 Asociación de dioptrios

Jaume Escofet

UNIDAD 6. PROBLEMAS DE ASOCIACIÓN DE DIOPTRIOS.

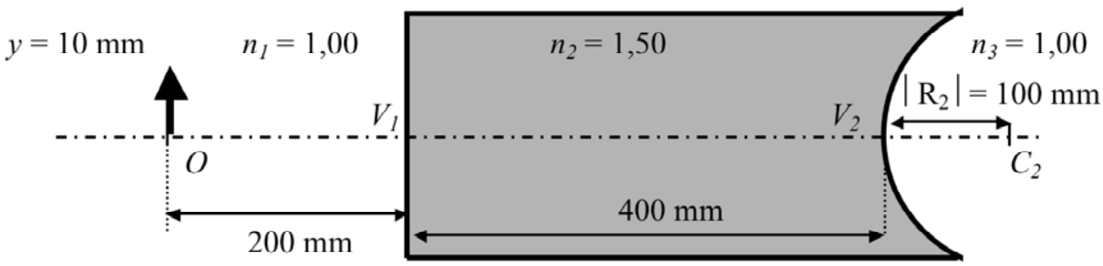
1. Sea el sistema de la figura formado por la asociación de un dioptrio plano, D_1, y un dioptrio esférico, D_2, cuya potencia es de 5,00 D. Determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.



R/ a) V_2O' = 732 mm; b) y' = –15 mm.

---

2. Un bloque de vidrio planocóncavo de 100 mm de radio e índice n = 1,50 se encuentra sumergido en aire. Un objeto de 10 mm de altura se sitúa a 200 mm del vértice V_1 según se muestra en la figura. Sabiendo que la distancia V_1V_2 = 400 mm, determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.

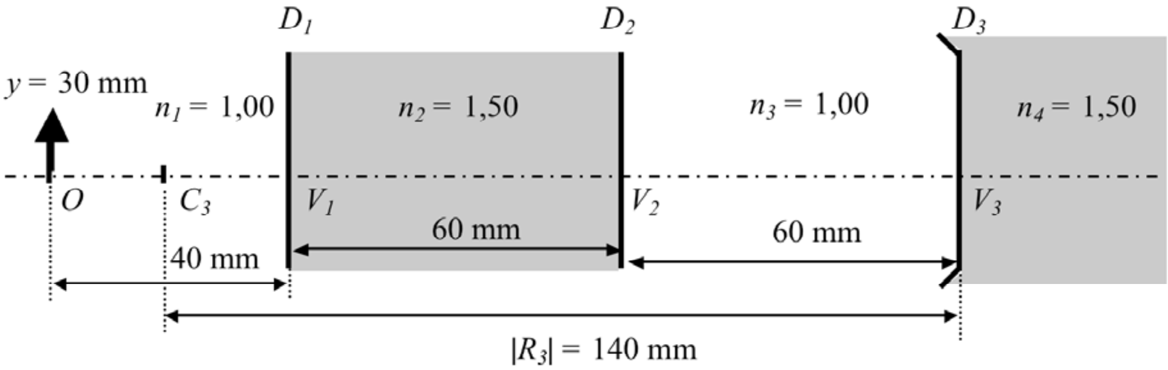


R/ a) V_2O' = –140 mm; b) y' = 3,0 mm.

---

3. Sea el sistema de la figura formado por la asociación de dos dioptrios planos, D_1 y D_2, y un dioptrio esférico, D_3, de radio $|R_3|$ = 140 mm. Determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.

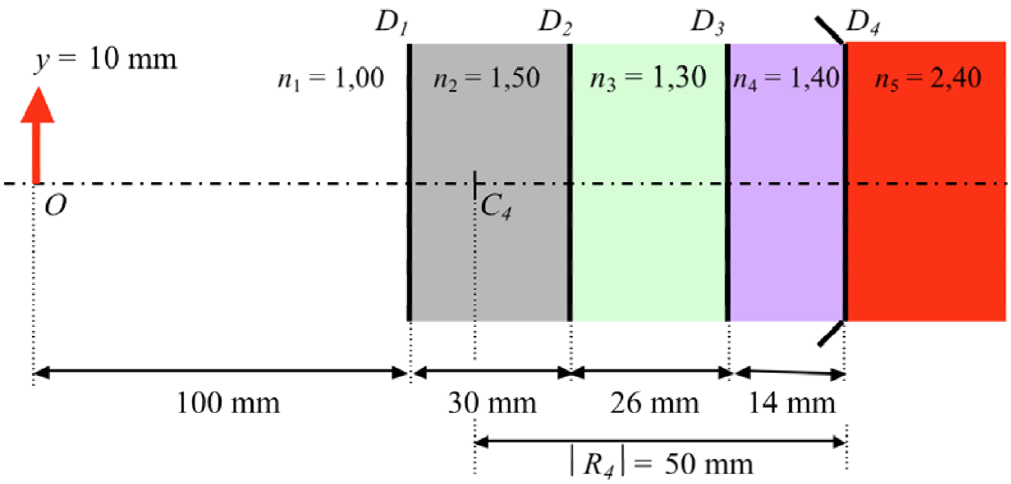
Determina la posición y el tamaño de la imagen final en el sistema siguiente:



R/ a) V_3O' = – 140 mm; b) y' = 20 mm.

---

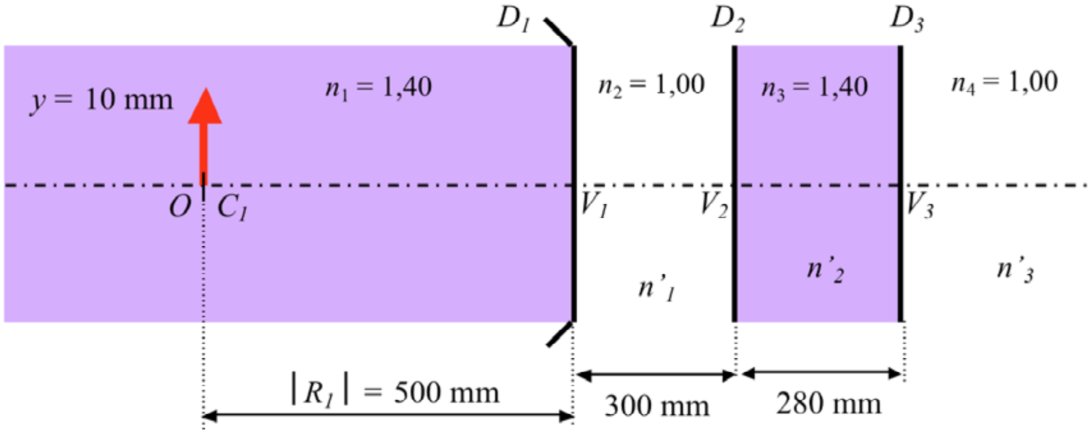
4. Sea el sistema de la figura formado por la asociación de tres dioptrios planos, D_1, D_2 y D_3, y un dioptrio esférico, D_4, de radio $|R_4|$ = 50 mm. Determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.



R/ a) D_4O' = −90 mm; b) y' = 2,5 mm.

---

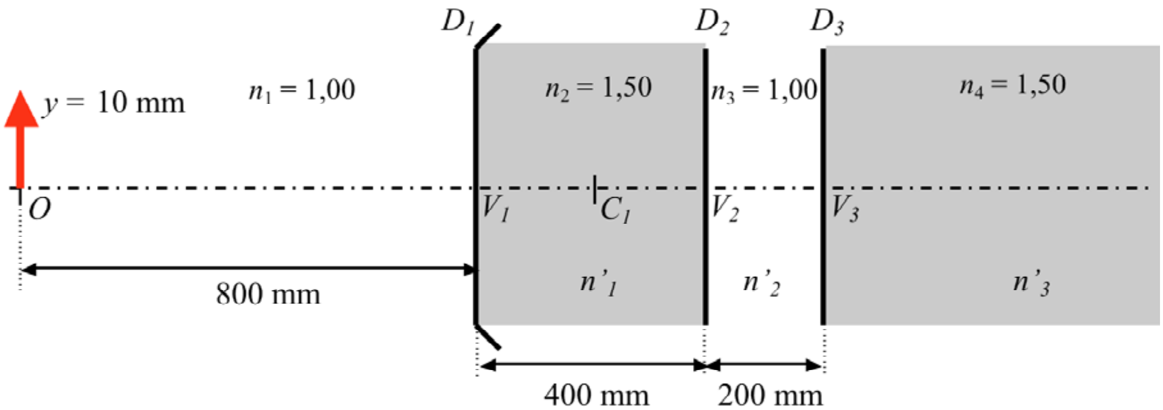
5. Sea el sistema de la figura formado por la asociación de un dioptrio esférico, D_1, de radio $|R_1|$ = 500 mm y dos dioptrios planos, D_2 y D_3. Determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.



R/ a) V_3O' = –1000 mm; b) y' = 14 mm.

---

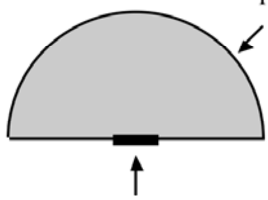
6. Sea el sistema de la figura formado por la asociación de un dioptrio esférico, D_1, de radio $|R_1|$ = 200 mm y dos dioptrios planos, D_2 y D_3. Determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.



R/ a) V_3O' = 500 mm; b) y' = – 10 mm.

---

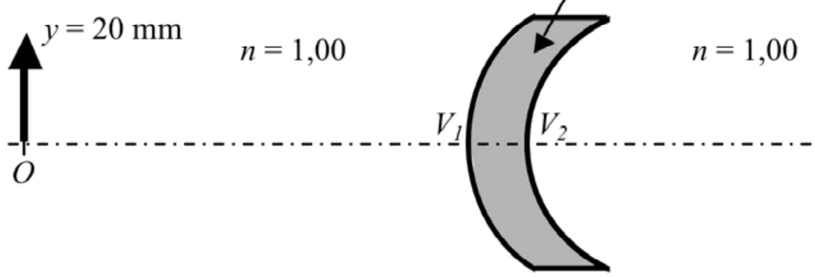
7. Un pisapapeles de vidrio (n = 1,50) tiene forma de semiesfera de 50 mm de radio. El pisapapeles se situa encima de un periódico según se muestra en la figura. Determina:
a) La posición de la imagen de una letra del periódico.
b) El tamaño de la imagen de una letra de 10 mm.



R/ a) V_2O' = –50 mm; y' = 15 mm.

---

8. Sea la lente convexo-cóncava de grosor V_1V_2 = 45 mm e índice n = 1,50 sumergida en aire cuyos radios son, respectivamente, R_1 = 60 mm y R_2 = 20 mm. Un objeto de 20 mm de altura se sitúa a 600 mm de V_1 según se muestra en la figura. Determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.



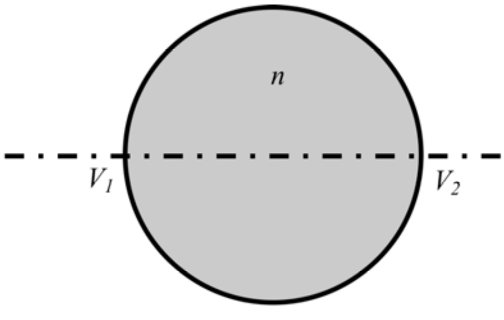
R/ a) V_2O' = –60 mm; b) y' = 2,50 mm.

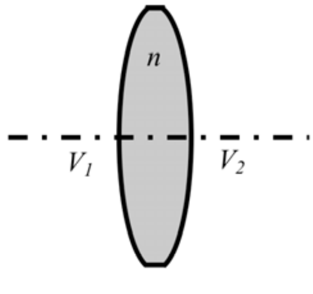
---

9. Sean las lentes gruesas L_A y L_B de la figura sumergidas en aire. De las siguientes características:

L_A: R_1 = 100 mm = –R_2; n = 1,5.

L_B: R_1 = 300 mm = –R_2; n = 1,5; V_1V_2 = 50 mm.





Determina para cada lente:
a) Las potencias de cada uno de los dioptrios que constituyen la lente.
b) La potencia de la lente.
c) Las focales de cada uno de los dioptrios que constituyen la lente.
d) Las focales de la lente.
e) El grosor aparente de la lente.

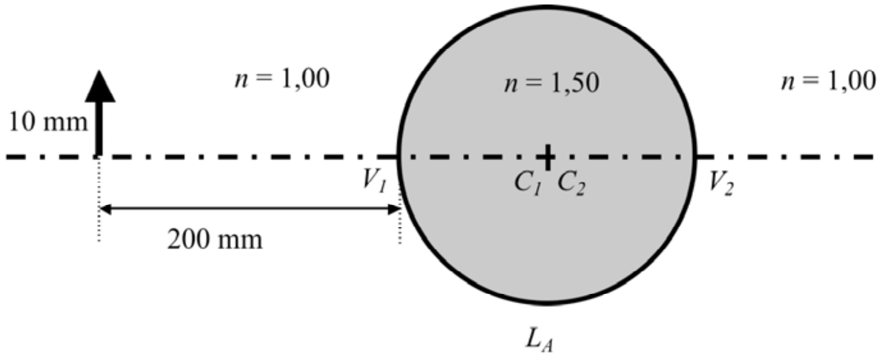
Un objeto O de tamaño 10 mm se sitúa de manera que $V_1O = -R_1$. Determina:
f) La posición de la imagen formada por la lente.
g) El tamaño final de la imagen formada por la lente.

R/ L_A: a) P'_1 = 5,00 D = $-P_1$; P'_2 = 5,00 D = $-P_2$; b) P' = 20/3 D = $-P$; c) f'_1 = 300 mm, f_1 = –200 mm, f'_2 = 200 mm, f_2 = –300 mm; d) f' = 150 mm = $-f$; e) g_{ap} = 400 mm; f) V_2O' = 500 mm; e) y' = 50 mm.

L_B: a) P'_1 = 5/3 D = $-P_1$; P'_2 = 5/3 D = $-P_2$; b) P' = 175/54 D = $-P$; c) f'_1 = 900 mm, f_1 = –600 mm, f'_2 = 600 mm, f_2 = –900 mm; d) f' = 54000/175 mm = $-f$;
e) g_{ap} = 600/17 mm; f) V_2O' = 11400/7 mm; e) y' = –51,4 mm.

---

10. Sea la lente esférica L_A del ejercicio anterior. Un objeto de 10 mm de altura se sitúa 200 mm delante de la lente según se muestra en la figura. Determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.



R/ a) V_2O' = 200 mm; b) y' = –10 mm.

---

11. Sea la lente esférica L_B del ejercicio 9. Un objeto cuyo diámetro aparente es de 0,01 rad se encuentra situado en el infinito. Determina:
a) La posición de la imagen intermedia que forma el dioptrio D_1.
b) El tamaño de la imagen intermedia.
c) La posición de la imagen final.
d) El tamaño de la imagen final.

R/ a) $V_1O'_1$ = 900 mm; b) y'_1 = 6 mm; c) V_2O' = 352 mm; d) y' = 3,6 mm.

---

12. Sea una lente gruesa de índice n = 1,50 sumergida en aire tal que: R_1 = –150 mm; R_2 = –300 mm y V_1V_2 = 450 mm.

Determina:

a) Las potencias de cada uno de los dioptrios que constituyen la lente.

b) La potencia de la lente.

c) Las focales de cada uno de los dioptrios que constituyen la lente.

d) Las focales de la lente.

e) El grosor aparente de la lente.

R/ a) P_1 = 10/3 D = $-P'_1$, D, P_2 = –5/3 D = $-P'_2$; b) P' = 0 D = $-P$; f_1 = 300 mm, c) f'_1 = –450 mm; f_2 = –900 mm, f'_2 = 600 mm; d) $f' = f = \infty$; e) g_{ap} = 600 mm.

Comentarios generales a los problemas de asociación de dioptrios

Asociación de dioptrios en aproximación paraxial

Sea la asociación de dos dioptrios según se muestra en figura. Se desea buscar, de forma numérica, la posición y el tamaño de la imagen del objeto *O*.

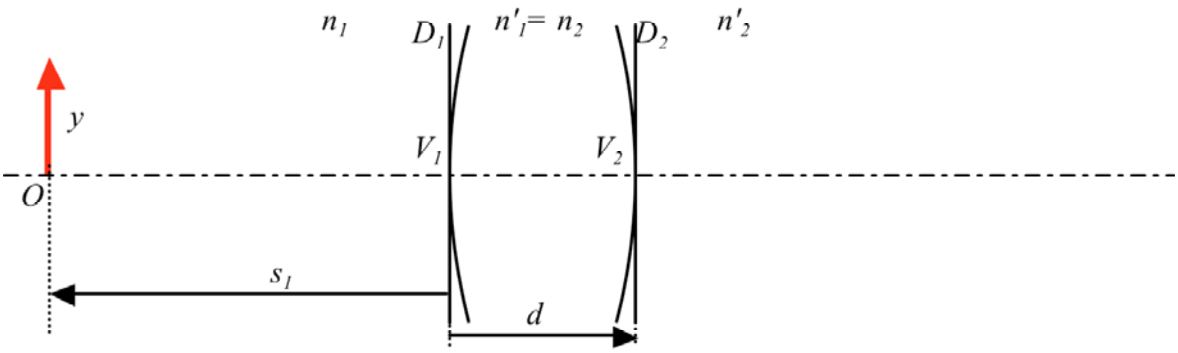


Figura 1

Se considerará que el objeto *O* es el objeto para el primer dioptrio, por lo que lo denominaremos como O_1. Se determinará, en primer lugar, la posición y el tamaño de la imagen que forma el dioptrio D_1. Para ello se utilizarán las ecuaciones que determinan la posición de dicha imagen. Como se trata del dioptrio D_1 estas ecuaciones se escriben con el subíndice 1.

Estas ecuaciones pueden ser:

a) El invariante de Abbe: $$n_1\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{s_1}\right)=n'_1\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{s'_1}\right)$$

b) La ecuación de Descartes: $$-\frac{n_1}{s_1}+\frac{n'_1}{s'_1}=\frac{n'_1}{f'_1}$$

c) La ecuación de las vergencias: $$-S_1+S'_1=P'_1$$

Aplicando de manera correcta cualquiera de las ecuaciones anteriores se encuentra la posición de la imagen s'_1. En este caso la imagen formada por el D_1 es real, invertida y de menor tamaño.

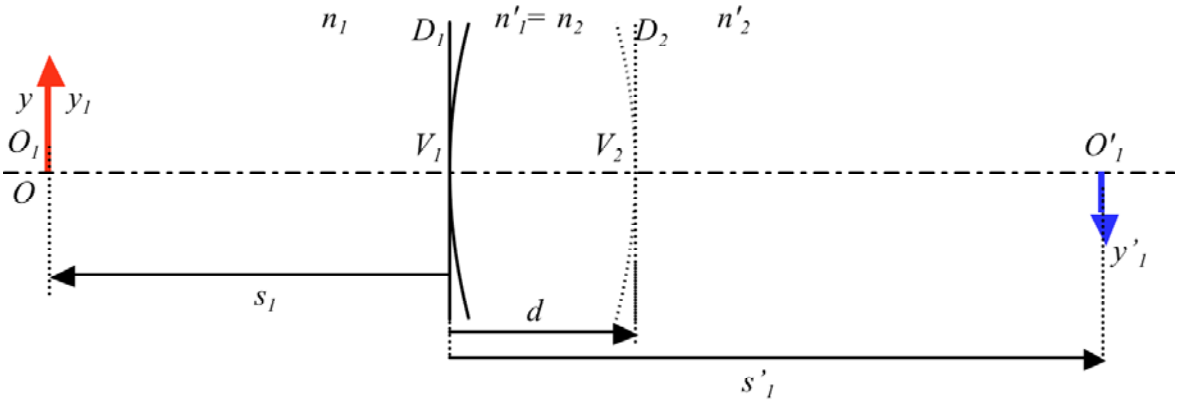


Figura 2

Nótese que en el dibujo el dioprio D_2 se muestra punteado, lo que significa que no actúa en la determinación de la imagen formada por D_1.

El tamaño de la imagen, y'_1, vendrá determinada por la fórmula del aumento. Esta puede ser:

$$m_1 = \frac{n_1 s'_1}{n'_1 s_1} \text{ o bien } m_1 = \frac{S_1}{S'_1} .$$

Así pues $y'_1 = m_1 y_1$.

Para determinar la imagen que forma el dioptrio 2 se considerará que la imagen obtenida a través del dioptrio D_1 es el objeto para el dioptrio D_2. De este modo O'_1 se denominará ahora O_2.

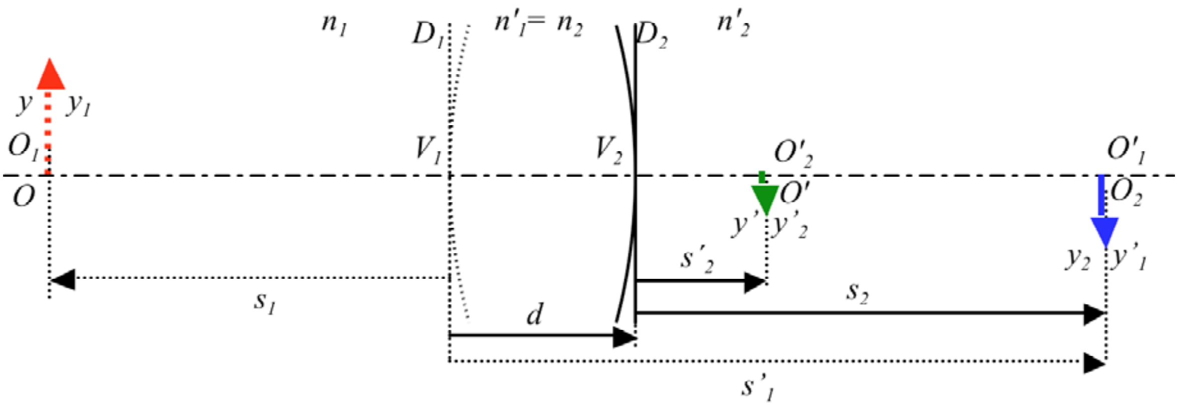


Figura 3

Las ecuaciones a aplicar serán las mismas que en el caso anterior con el subíndice 2, es decir:

a) El invariante de Abbe: $n_2\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{s_2}\right)=n'_2\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{s'_2}\right)$

b) La ecuación de Descartes: $-\frac{n_2}{s_2}+\frac{n'_2}{s'_2}=\frac{n'_2}{f'_2}$

c) La ecuación de las vergencias: $-S_2+S'_2=P'_2$

Para la realización del cálculo debe situarse correctamente la posición del objeto para el dioptrio D_2 de forma que $s_2 = s'_1 - d$. No debe tomarse nunca $s_2 = s'_1$ excepto en el caso de que d sea cero. En el caso de la figura 3 el objeto O_2 es un objeto virtual.

Aplicando de manera correcta cualquiera de las ecuaciones anteriores se encuentra la posición de la imagen s'_2. En este caso la imagen formada por el D_2 es real, invertida y de menor tamaño.

El tamaño de la imagen, y'_2, vendrá determinada, como en el caso anterior, por la fórmula del aumento. Esta puede ser:

$m_2=\frac{n_2 s'_2}{n'_2 s_2}$ o bien $m_2=\frac{S_2}{S'_2}$.

Así pues $y'_2=m_2 y_2$.

La imagen O'_2 es la imagen final y se denomina O'. El tamaño de la imagen formada por D_2, y'_2, se denomina el tamaño de la imagen final y se representa por y'.

Otra manera de calcular el tamaño de la imagen final es a partir de los aumentos de cada uno de los dioptrios. El aumento total vale:

$m=m_1 m_2$

Así pues, el tamaño de la imagen final es:

$y'=my$.

Comentarios a los problemas de asociación de dioptrios

1. Debe buscarse, en primer lugar, la posición de la imagen, s'_1, que forma el dioptrio plano D_1. A continuación se determina el valor de s_2 y se aplica la fórmula de formación de imágenes del dioptrio esférico (Invariante de Abbe, Descartes, Vergencias). Conocidas las posiciones del objeto i la imagen el cálculo del tamaño es inmediato.

2. Ejercicio muy similar al ejercicio 1.

3. Puede considerarse la acción de cada dioptrio sobre las diferentes imágenes que se van formando. Se puede resolver de manera más directa considerando la actuación de los dioptrios D_1 y D_2 a la vez como la acción de una lámina planoparalela. A continuación, se aplica la fórmula de formación de imágenes del dioptrio esférico D_3 para determinar la imagen final. También puede considerarse la actuación de D_1 y D_2 a partir de la fórmula que determina de forma directa la posición de la imagen en la asociación de dos dioptrios planos: $s'_2 = -n_3\left(\overline{d_2} + \overline{d_1}\right) = -n_3\left(\frac{d_2}{n_2} + \frac{d_1}{n_1}\right)$.

4. La manera més directa de resolver este problema es considerar la acción de los dioptrios planos D_1, D_2 y D_3 a partir de la fórmula que determina de forma directa la posición de la imagen en la asociación de tres dioptrios planos. A continuación, se aplica la fórmula de formación de imágenes del dioptrio esférico D_4 para determinar la imagen final.

5. Se determina en primer lugar la posición de la imagen formada por el dioptrio esférico D_1. A continuación se determina la imagen final considerando la acción de los dioptrios D_2 y D_3 como de una lámina planoparalela. También puede considerarse la actuación de D_1 y D_2 a partir de la fórmula que determina de forma directa la posición de la imagen en la asociación de dos dioptrios planos.

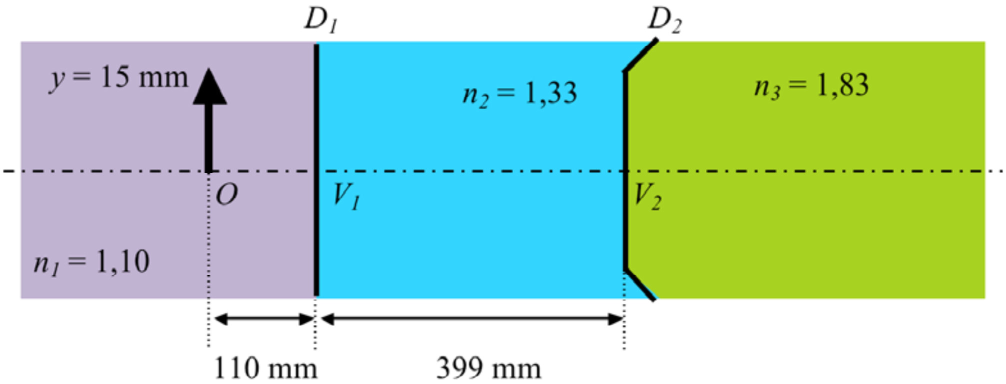
6. Se resuelve siguiendo exactamente el mismo procedimiento empleado en el ejercicio anterior. Si se considera la acción de D_1 y D_2 a partir de la fórmula que determina de forma directa la posición de la imagen debe tenerse en cuenta que por ser objeto virtual la distancia debe considerarse negativa (cambio de signo).

7. Debe esquematizarse el objeto y el pisapapeles según el convenio de signos que establecen las normas DIN.

8, 9, 10, 11 y 12 Ejercicios donde se asocian dos dioptrios esféricos.

UNIDAD 6. PROBLEMAS DE ASOCIACIÓN DE DIOPTRIOS. SOLUCIÓN

1. Sea el sistema de la figura formado por la asociación de un dioptrio plano, D_1, y un dioptrio esférico, D_2, cuya potencia es de 5,00 D. Determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.



SOLUCIÓN:

a) Determinemos en primer lugar la imagen formada por el dioptrio D_1.

$\overline{s_1} = \overline{s'_1}$; $\quad \dfrac{s_1}{n_1} = \dfrac{s'_1}{n'_1}$; $\quad n_1 = 1{,}10$; $\quad s_1 = -110$ mm; $\quad n'_1 = n_2 = 1{,}33$.

$\dfrac{-110}{1{,}10} = \dfrac{s'_1}{1{,}33}$; $\quad s'_1 = V_1O'_1 = -133$ mm.

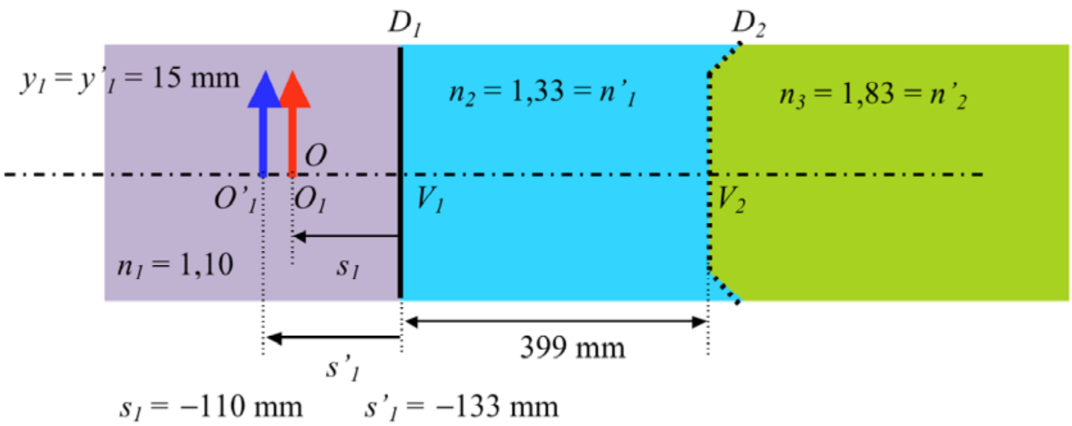


Imagen formada por el dioptrio D_2.

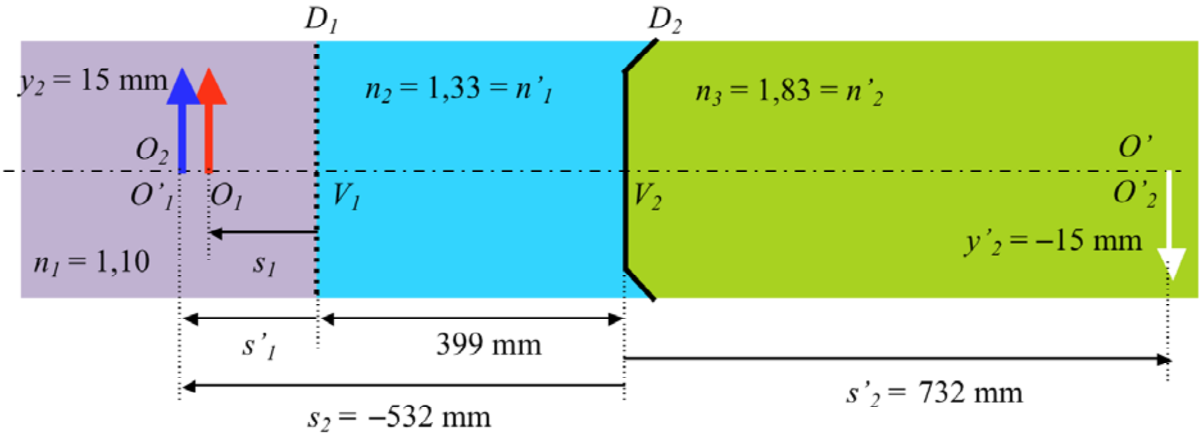
$-S_2 + S'_2 = P'_2$; $\quad s_2 = -399 - 133 = -532$ mm $= -0{,}532$ m;

$$S_2 = \frac{n_2}{s_2} = \frac{1{,}33}{-0{,}532} = -2{,}50 \text{ D}.$$

$-(-2{,}50) + S'_2 = 5{,}00;$ $S'_2 = 2{,}50$ D.

$S'_2 = \dfrac{n'_2}{s'_2};$ $n'_2 = n_3 = 1{,}83;$ $s'_2 = \dfrac{n'_2}{S'_2} = \dfrac{1{,}83}{2{,}50} = 0{,}732 \text{ m} = 732 \text{ mm}.$

$V_2O'_2 = V_2O' = s'_2 = 732$ mm.



b) $m = m_1 m_2;$ $m_1 = +1$ (Dioptrio plano).

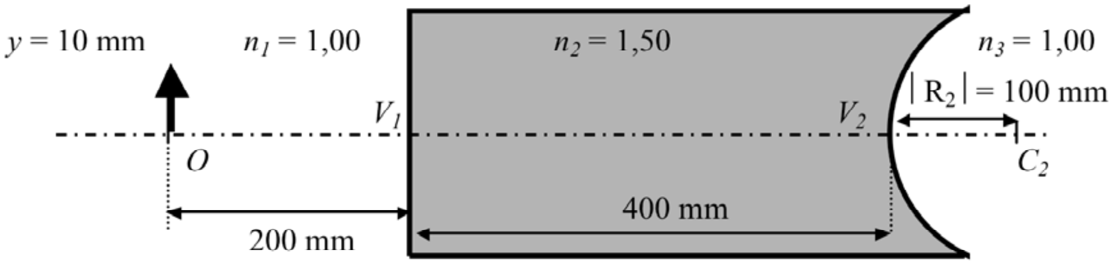
$$m_2 = \frac{n_2\, s'_2}{n'_2\, s_2} = \frac{S_2}{S'_2} = \frac{-2{,}50}{2{,}50} = -1;$$

$$m = m_1 m_2 = (+1)(-1) = -1.$$

$m = \dfrac{y'}{y};$ $-1 = \dfrac{y'}{15};$ $y' = -15$ mm.

La imagen final es real, invertida y del mismo tamaño.

2. Un bloque de vidrio planocóncavo de 100 mm de radio e índice n = 1,50 se encuentra sumergido en aire. Un objeto de 10 mm de altura se sitúa a 200 mm del vértice V_1 según se muestra en la figura. Sabiendo que la distancia V_1V_2 = 400 mm, determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.



SOLUCIÓN:

a) Imagen formada por el dioptrio D_1:

$\overline{s_1} = \overline{s'_1}$; $\quad \dfrac{s_1}{n_1} = \dfrac{s'_1}{n'_1}$ $\quad n_1 = 1{,}00$; $\quad n'_1 = n_2 = 1{,}50$; $\quad s_1 = -200$ mm.

$\dfrac{-200}{1{,}00} = \dfrac{s'_1}{1{,}50}$; $\quad s'_1 = V_1O'_1 = -300$ mm.

Por ser el dioptrio plano $m_1 = 1$.

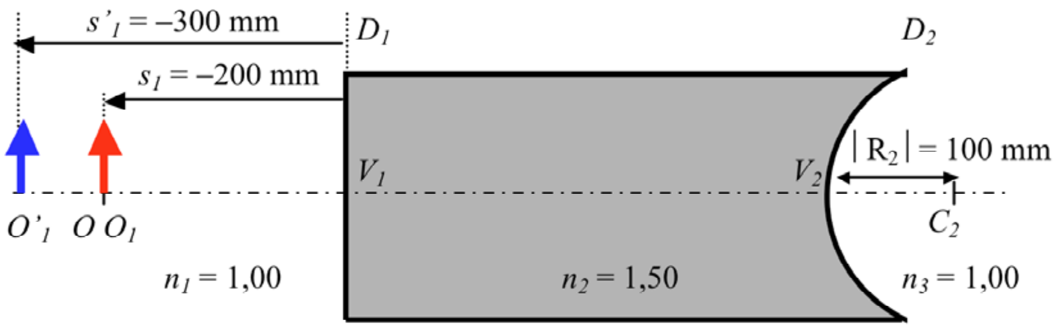


Imagen formada por el dioptrio D_2:

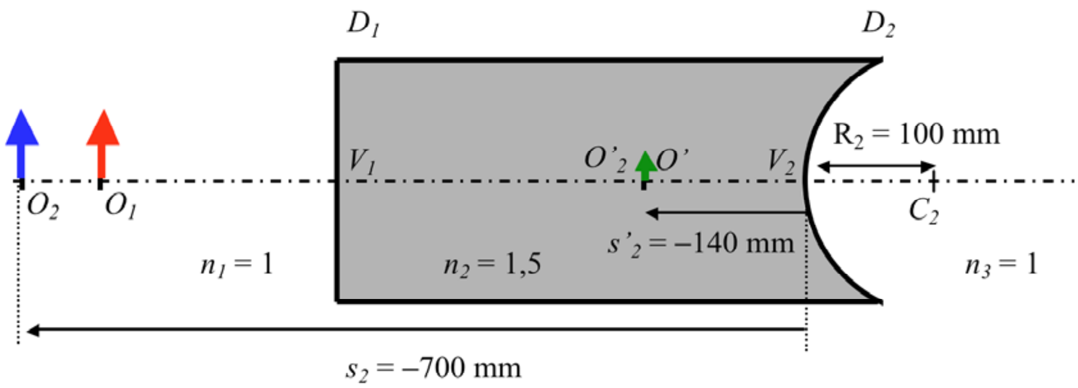
$n_2\left(\dfrac{1}{R_2} - \dfrac{1}{s_2}\right) = n'_2\left(\dfrac{1}{R_2} - \dfrac{1}{s'_2}\right)$; $\quad n_2 = 1{,}50$; $\quad n'_2 = n_3 = 1{,}00$;

$s_2 = s'_1 + V_2V_1 = -300 - 400 = -700$ mm, $\quad R_2 = 100$ mm.

$$1{,}50\left(\frac{1}{100}-\frac{1}{-700}\right)=1{,}00\left(\frac{1}{100}-\frac{1}{s'_2}\right); \qquad \frac{1{,}00}{s'_2}=\frac{1{,}00}{100}-\frac{1{,}50}{100}-\frac{1{,}50}{700};$$

$$\frac{1{,}00}{s'_2}=-\frac{0{,}50}{100}-\frac{1{,}50}{700}; \qquad \frac{1{,}00}{s'_2}=\frac{-3{,}50-1{,}50}{700}=-\frac{5{,}00}{700};$$

$s'_2 = V_2O'_2 = V_2O' = -140$ mm.



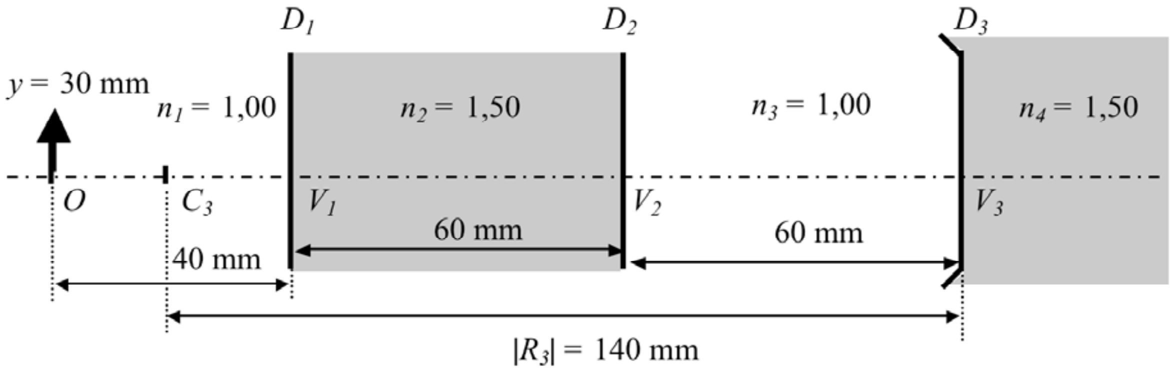
$$m_2=\frac{y'_2}{y_2}=\frac{n_2\, s'_2}{n'_2\, s_2}=\frac{1{,}50\,(-140)}{1{,}00\,(-700)}=+0{,}30.$$

b) Aumento total: $m = m_1\, m_2 = 1.0{,}30 = 0{,}30$.

Tamaño de la imagen: $m=\dfrac{y'}{y}$; $\qquad y' = m\, y = 0{,}30.10 = 3{,}0$ mm.

La imagen final será virtual, derecha y menor.

3. Sea el sistema de la figura formado por la asociación de dos dioptrios planos, D_1 y D_2, y un dioptrio esférico, D_3, de radio $|R_3|$ = 140 mm. Determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.



SOLUCIÓN:

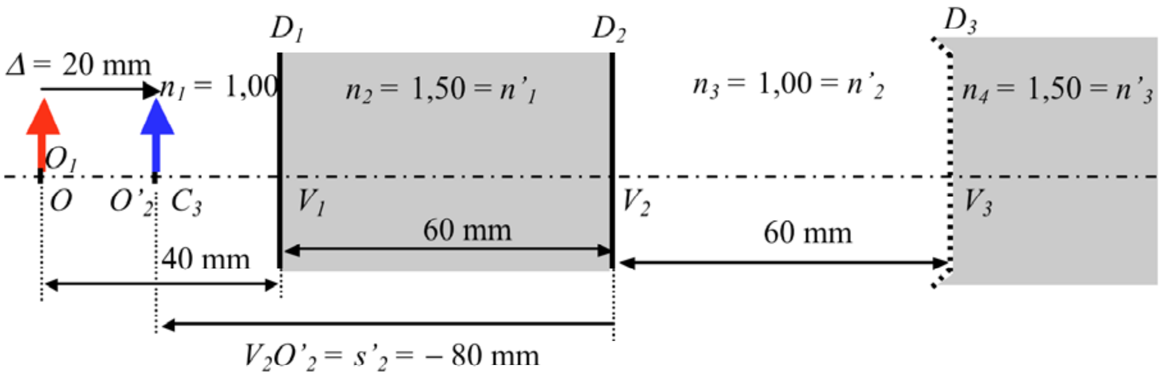
a) Consideremos la asociación de dos sistemas: La lámina planoparalela formada por los dioptrios planos D_1 y D_2 y el dioptrio esférico D_3.

Determinemos, en primer lugar, la posición y el tamaño de la imagen, O'_2, formada por la lámina planoparalela.

Teniendo en cuenta que una lámina planoparalela de índice n y grosor d, sumergida en un medio de índice n' produce un desplazamiento de la imagen, Δ, de valor:

$\Delta = O_1O'_2 = \dfrac{n - n'}{n} d$. Tomando: $n = n_2 = 1{,}50$ d = 60 mm y $n' = n_1 = n_3 = 1{,}00$;

$\Delta = O_1O'_2 = \dfrac{1{,}50 - 1{,}00}{1{,}50} 60 = 20$ mm, lo que significa que $V_2O'_2 = -80$ mm.



La imagen formada por la lámina planoparalela también puede encontrarse a partir de:

$$s'_2 = -n_3\left(\overline{d_2} + \overline{d_1}\right) = -n_3\left(\frac{d_2}{n_2} + \frac{d_1}{n_1}\right). \qquad s'_2 = -1{,}00\left(\frac{60}{1{,}50} + \frac{40}{1{,}00}\right) = -80 \text{ mm}.$$

$V_2O'_2 = s'_2 = -80$ mm.

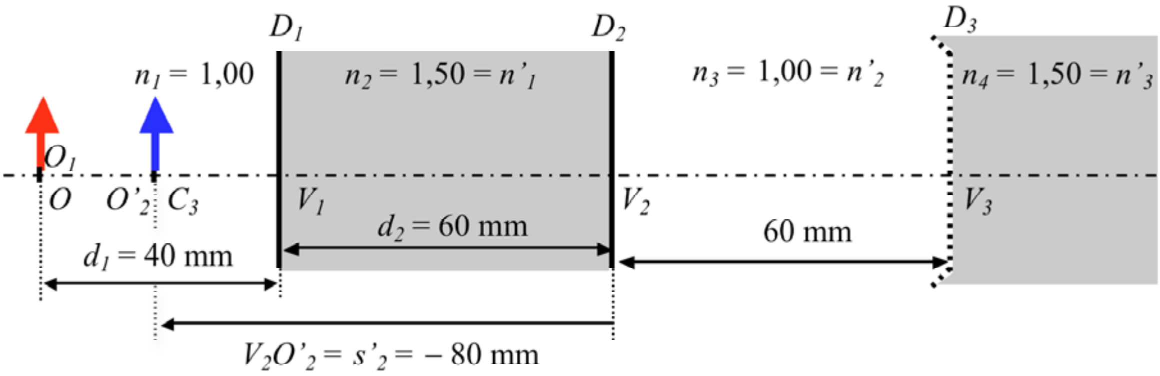


Imagen formada por el dioptrio esférico D_3:

Por estar el objeto situado en el centro del dioptrio esférico su imagen estará en el mismo lugar.

$s_3 = V_3O_3 = R_3 = -140$ mm; $\qquad s'_3 = V_3O'_3 = V_3O' = R_3 = -140$ mm;

b) El aumento producido por la lámina planoparalela es $m_{12} = 1$.

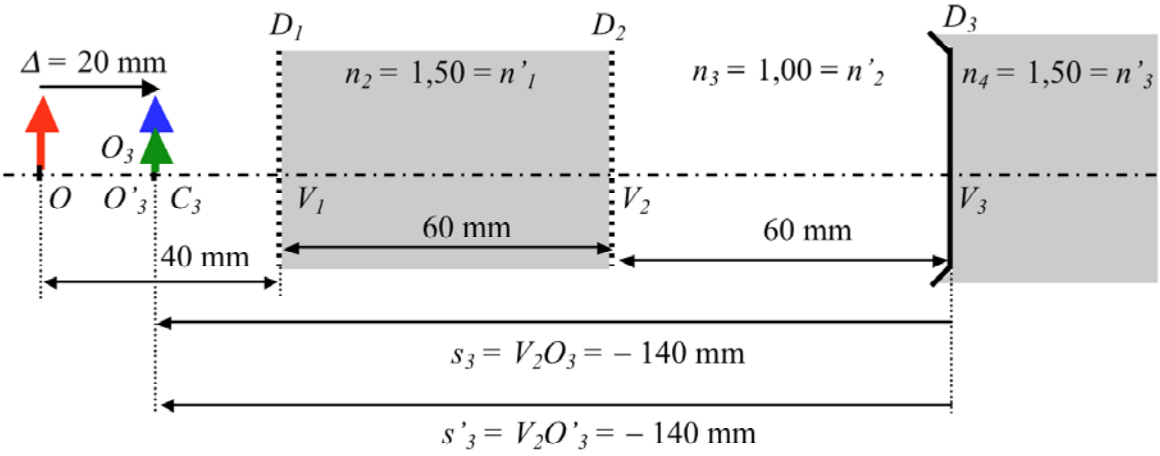
El aumento producido por el dioptrio esférico es:

$m_3 = \dfrac{n_3 s'_3}{n'_3 s_3}$. Teniendo en cuenta que $s_3 = s'_3$ y que $n'_3 = n_4$, $m_3 = \dfrac{n_3}{n_4} = \dfrac{1{,}00}{1{,}50} = \dfrac{2}{3}$.

El aumento total será: $m = m_{12}m_3 = (+1)\left(+\dfrac{2}{3}\right) = +\dfrac{2}{3}$.

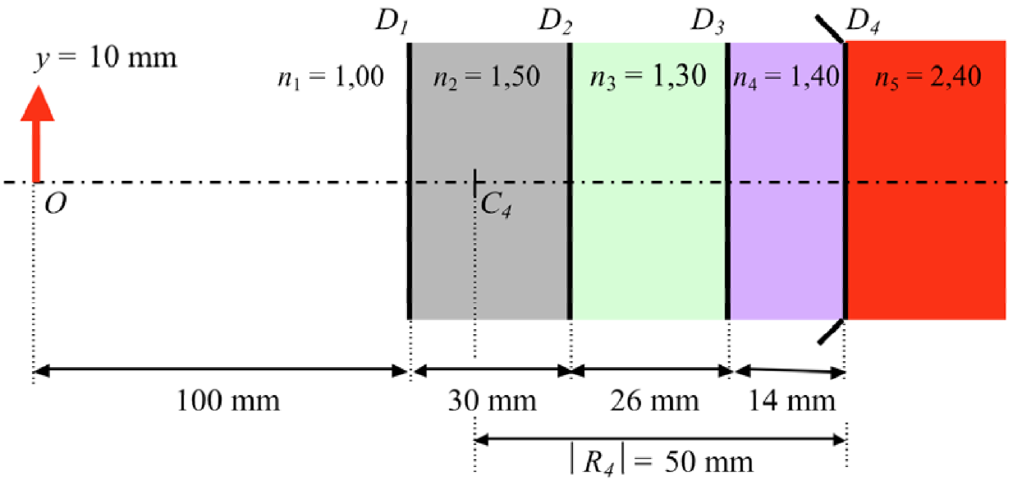
$m = \dfrac{y'}{y}$. $\qquad y' = my = \dfrac{2}{3}30 = 20$ mm.

La imagen final será virtual, derecha y menor.



---

4. Sea el sistema de la figura formado por la asociación de tres dioptrios planos, D_1, D_2 y D_3, y un dioptrio esférico, D_4, de radio $|R_4|$ = 50 mm. Determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.



SOLUCIÓN:

a) Determinemos en primer lugar la imagen, O'_3, formada por la asociación de los tres dioptrios planos:

$$s'_3 = -n_4\left(\overline{d_1} + \overline{d_2} + \overline{d_3}\right) = -n_4\left(\frac{d_3}{n_3} + \frac{d_2}{n_2} + \frac{d_1}{n_1}\right) ;$$

$$s'_3 = -1{,}40\left(\frac{26}{1{,}30} + \frac{30}{1{,}5} + \frac{100}{1}\right) = -196 \text{ mm} .$$ $D_3O'_3 = -196$ mm.

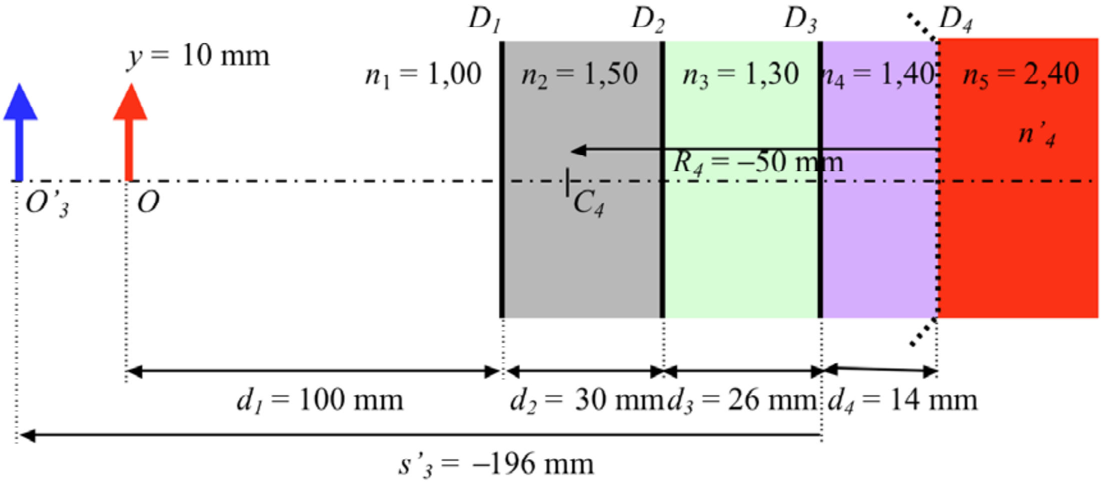


Imagen formada por el dioptrio D_4:

$$n_4\left(\frac{1}{R_4}-\frac{1}{s_4}\right)=n'_4\left(\frac{1}{R_4}-\frac{1}{s'_4}\right);\quad n_4 = 1{,}40;\quad n'_4 = n_5 = 2{,}40;\qquad R_4 = -50 \text{ mm.}$$

$s_4 = -196 - 14 = -210$ mm;

$$1{,}40\left(\frac{1}{-50}-\frac{1}{-210}\right)=2{,}40\left(\frac{1}{-50}-\frac{1}{s'_4}\right);$$

$$\frac{2{,}40}{s'_4}=-\frac{2{,}40}{50}+\frac{1{,}40}{50}-\frac{1{,}40}{210}=-\frac{1{,}00}{50}-\frac{1{,}40}{210}=-\frac{(21{,}00+7{,}00)}{1050};\qquad s'_4 = -90 \text{ mm.}$$

$D_4O'_4 = -90$ mm.

b) El aumento producido por la asociación de los tres dioptrios planos es: $m_{123} = +1$.

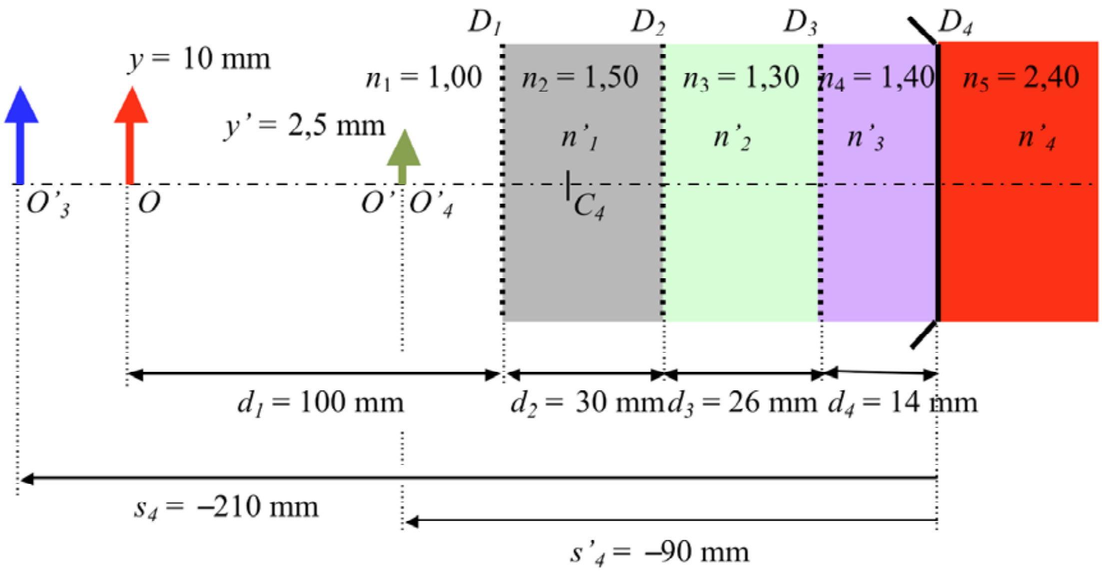
Aumento producido por el dioptrio D_4:

$$m_4=\frac{n_4 s'_4}{n'_4 s_4}=\frac{1{,}40(-90)}{2{,}40(-210)}=+0{,}25.$$

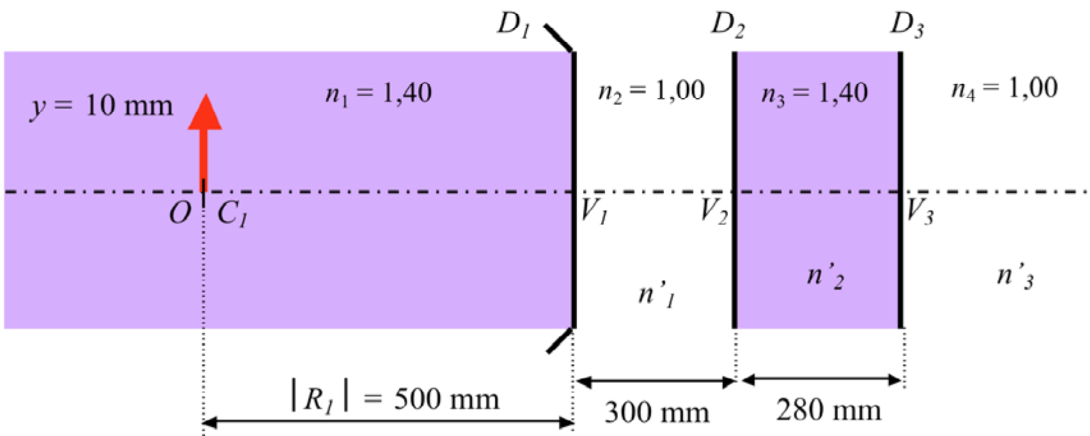
$$m = m_{123}m_4 = +1(+0{,}25) = +0{,}25.$$

$$m=\frac{y'}{y};\qquad y' = my = (0{,}25)10 = 2{,}5 \text{ mm.}$$

La imagen final es virtual, derecha y menor que el objeto.



5. Sea el sistema de la figura formado por la asociación de un dioptrio esférico, D_1, de radio $|R_1|$ = 500 mm y dos dioptrios planos, D_2 y D_3. Determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.



SOLUCIÓN:

a) Imagen formada por el dioptrio D_1.

Por estar situado el objeto en el centro del dioptrio la posición del objeto y de la imagen coinciden.

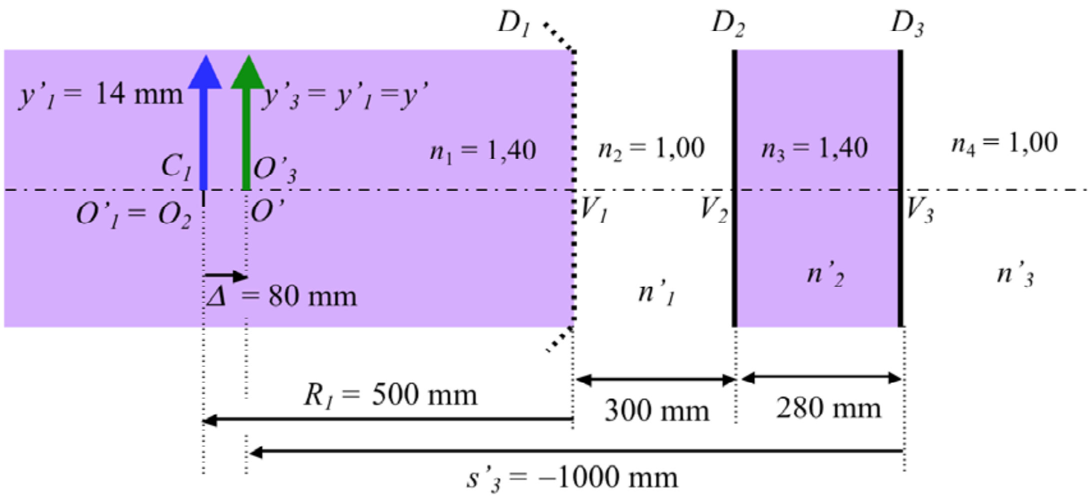
$s_1 = R_1 = –500$ mm; $s'_1 = R_1 = –500$ mm.

Imagen formada por D_2 y D_3:

Consideremos la imagen que forma una lámina planoparalela de grosor $d = d_3 = 280$ mm e índice $n = n_3 = 1{,}40$ sumergida en un medio de índice $n' = n_2 = n_4 = 1{,}00$.

$$\Delta = O_2O'_3 = \frac{n-n'}{n}d = \frac{1{,}40-1{,}00}{1{,}40}280 = 80 \text{ mm.}$$

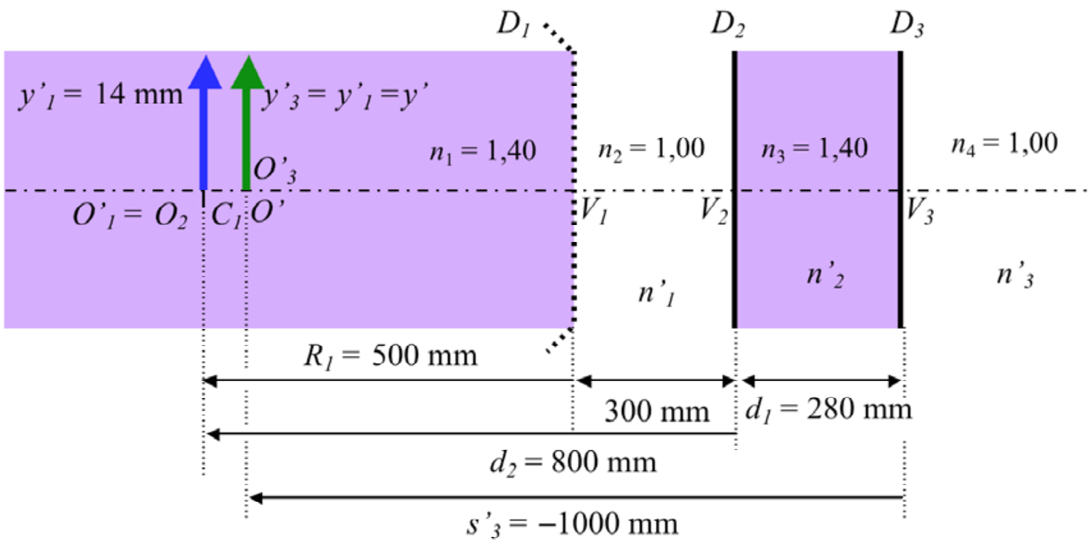
Lo que significa que $V_3O' = V_3O'_3 = -1000$ mm.



La imagen formada por la asociación de los dioptrios planos D_2 y D_3 también puede encontrarse a partir de:

$$s'_3 = -n_4\left(\overline{d_3} + \overline{d_2}\right) = -n_4\left(\frac{d_3}{n_3} + \frac{d_2}{n_2}\right). \qquad s'_3 = -1{,}00\left(\frac{280}{1{,}40} + \frac{800}{1{,}00}\right) = -1000 \text{ mm.}$$

$V_3O' = V_3O'_3 = s'_3 = -1000$ mm.



b) El aumento producido por el dioptrio D_1 vale:

$$m_1 = \frac{n_1\ s'_1}{n'_1\ s_1} = \frac{n_1}{n'_1} = \frac{1{,}40}{1{,}00} = +1{,}40. \qquad y'_1 = m_1 y_1 = (+1{,}40)10 = 14 \text{ mm}.$$

El aumento producido por la asociación de los dioptrios D_2 y D_3 es $m_{23} = +1$.

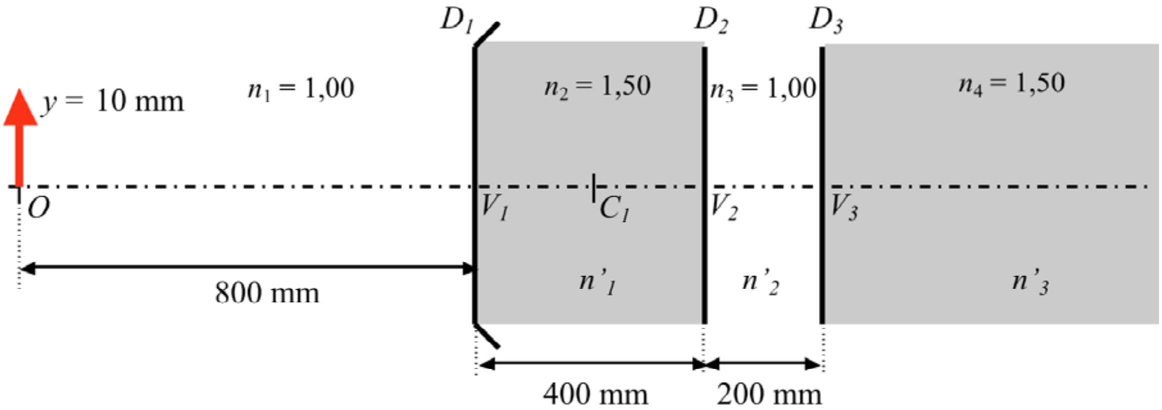
El aumento total es:

$$m = m_1 m_{23} = (+1{,}40)(+1) = +1{,}40. \qquad m = \frac{y'}{y}.$$

El tamaño de la imagen final será: $y' = m\ y = (+1{,}40)10 = 14 \text{ mm}$.

---

6. Sea el sistema de la figura formado por la asociación de un dioptrio esférico, D_1, de radio $|R_1|$ = 200 mm y dos dioptrios planos, D_2 y D_3. Determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.



SOLUCIÓN:

a) Imagen formada por el dioptrio D_1.

s_1 = –800 mm; R_1 = 200 mm; $n_1\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{s_1}\right) = n'_1\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{s'_1}\right)$.

$$1{,}00\left(\frac{1}{200} - \frac{1}{-800}\right) = 1{,}50\left(\frac{1}{200} - \frac{1}{s'_1}\right);$$

$$\frac{1{,}50}{s'_1} = \frac{1{,}50}{200} - \frac{1{,}00}{200} - \frac{1{,}00}{800} = \frac{0{,}50}{200} - \frac{1{,}00}{800} = \frac{2-1}{800} = \frac{1}{800}; \qquad s'_1 = 1200 \text{ mm}.$$

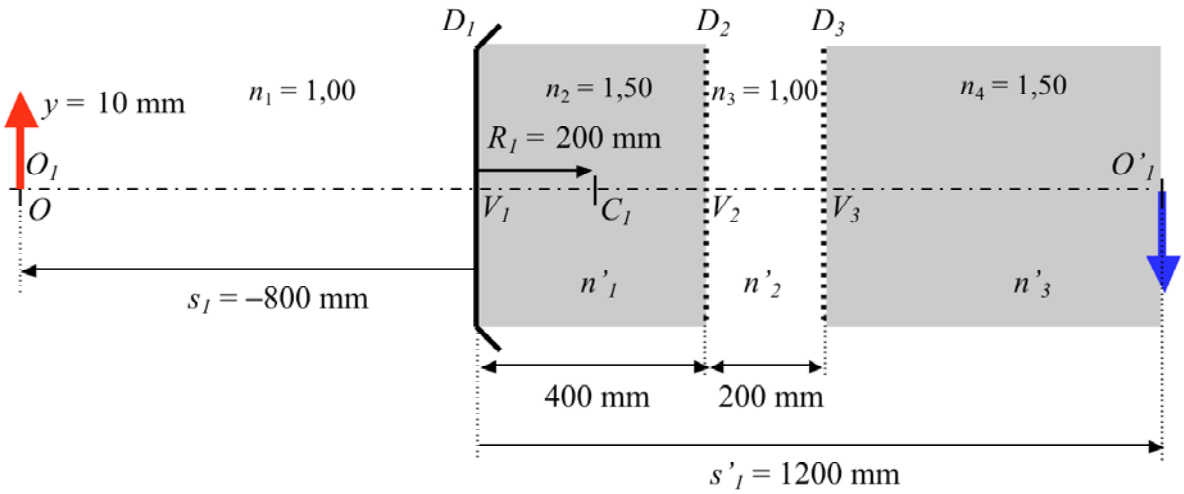
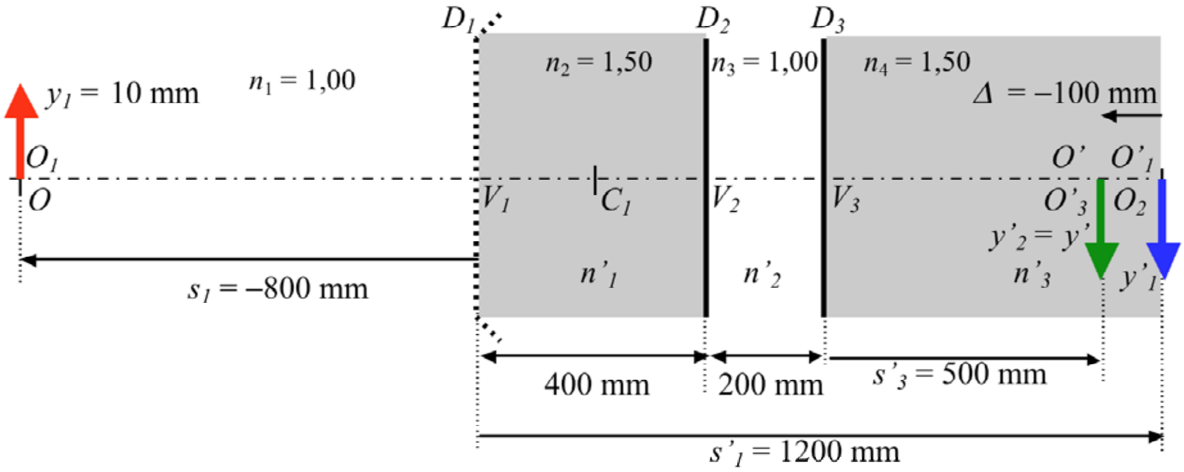


Imagen formada por D_2 y D_3:

Consideremos la imagen que forma una lámina planoparalela de grosor $d = d_3 = 200$ mm e índice $n = n_3 = 1{,}00$ sumergida en un medio de índice $n' = n_2 = n_4 = 1{,}50$.

$$\Delta = O_2O'_3 = \frac{n - n'}{n} d = \frac{1{,}00 - 1{,}50}{1{,}00} 200 = -100 \text{ mm}.$$

Lo que significa que $V_3O' = V_3O'_3 =$ 500 mm.



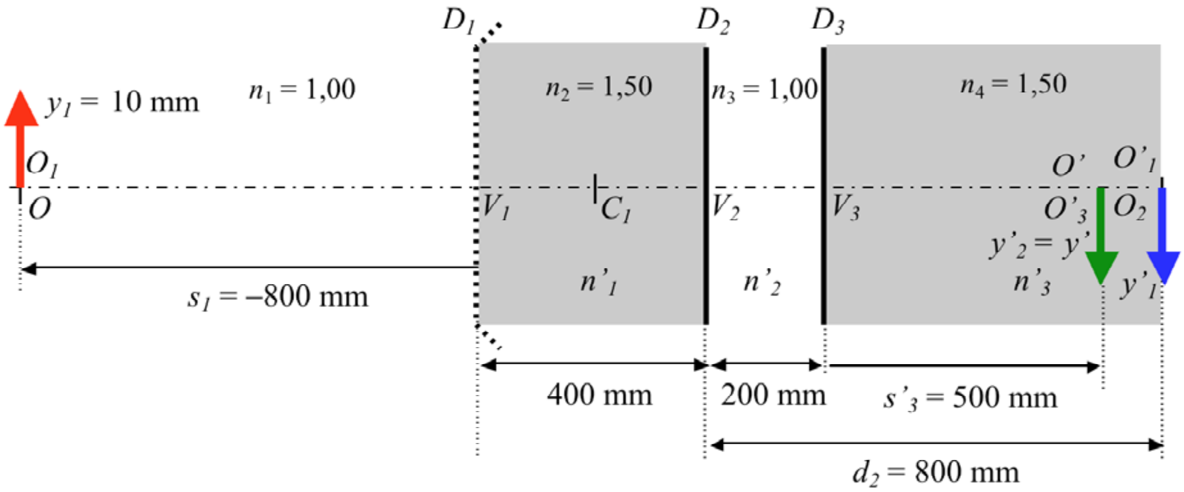
La imagen formada por la asociación de los dioptrios planos D_2 y D_3 también puede encontrarse a partir de:

$$s'_3 = -n_4\left(\overline{d_3} + \overline{d_2}\right) = -n_4\left(\frac{d_3}{n_3} + \frac{d_2}{n_2}\right).$$

En este caso debe tenerse en cuenta que por ser objeto virtual d_2 debe considerarse negativo (cambio de signo).

$$s'_3 = -1{,}50\left(\frac{200}{1{,}00} - \frac{800}{1{,}50}\right) = 500 \text{ mm}.$$

$V_3O' = V_3O'_3 = s'_3 = 500$ mm.



b) El aumento producido por D_1 es:

$$m_1 = \frac{n_1\ s'_1}{n'_1\ s_1} = \frac{1{,}00(1200)}{1{,}50(-800)} = -1; \qquad y'_1 = m_1 y_1 = -10 \text{ mm.}$$

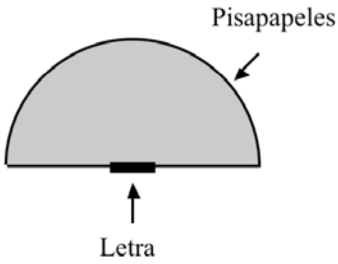
El aumento producido por la asociación de los dioptrios D_2 y D_3 es $m_{23} = +1$.

El aumento total es:

$$m = m_1 m_{23} = (-1)(+1) = -1. \qquad\qquad m = \frac{y'}{y}.$$

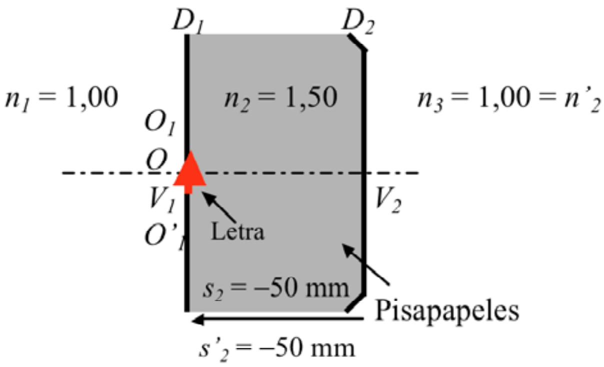
El tamaño de la imagen final será: $y' = m\ y = (-1)10 = -10$ mm.

7. Un pisapapeles de vidrio (n = 1,50) tiene forma de semiesfera de 50 mm de radio. El pisapapeles se situa encima de un periódico según se muestra en la figura. Determina:
a) La posición de la imagen de una letra del periódico.
b) El tamaño de la imagen de una letra de 10 mm.



SOLUCIÓN:

Teniendo en cuenta que la luz viaja de izquierda a derecha, el esquema es el siguiente:



a1) Imagen formada por el dioptrio D_1:

Por estar situado el objeto en el vértice del dioptrio D_1 la imagen estará situada en el mismo vértice.

$s_1 = 0$; $s'_1 = 0$; $V_1O'_1 = 0$.

En este caso el tamaño del objeto y de la imagen es el mismo. $m_1 = +1$.

a2) Imagen formada por el dioptrio D_2:

Por estar situado el objeto en el centro del dioptrio la imagen también estará situada en el centro.

$s_2 = R_2 = -50$ mm ; $s'_2 = R_2 = -50$ mm; $V_2O'_2 = -50$ mm.

El aumento debido a la acción del dioptrio D_2 será:

$m_2 = \dfrac{n_2 s'_2}{n'_2 s_2}$. Teniendo en cuenta que $s_2 = s'_2$ y que $n'_2 = n_3$,

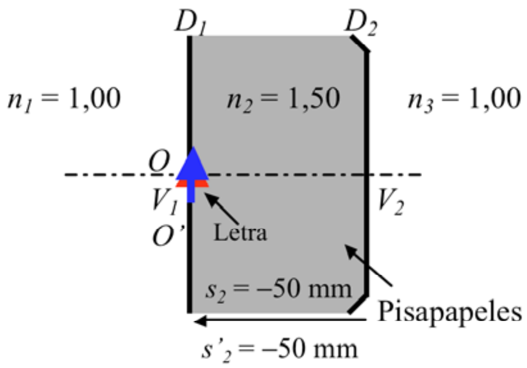
$$m_2 = \frac{n_2}{n_3} = \frac{1{,}50}{1{,}00} = +1{,}50.$$

b) El aumento total será: $m = m_1 m_2 = (+1)(+1{,}50) = 1{,}50$.

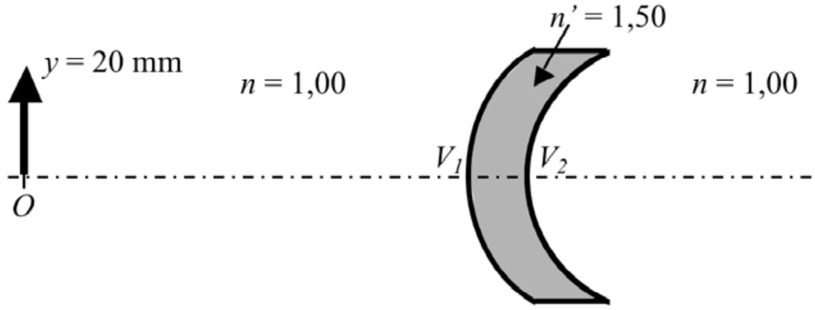
El tamaño de la imagen final será:

$$m = \frac{y'}{y}; \qquad y' = my = 1{,}50 . 10 = 15 \text{ mm}.$$

La imagen final será virtual, derecha y mayor.



8. Sea la lente convexo-cóncava de grosor V_1V_2 = 45 mm e índice n = 1,50 sumergida en aire cuyos radios son, respectivamente, R_1 = 60 mm y R_2 = 20 mm. Un objeto de 20 mm de altura se sitúa a 600 mm de V_1 según se muestra en la figura. Determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.



SOLUCIÓN:

a1) Imagen formada por el dioptrio 1:

$$n_1\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{s_1}\right)=n'_1\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{s'_1}\right);$$

$n_1 = n = 1,00$; $n'_1 = n' = 1,50$; $s_1 = V_1O = -600$ mm; $R_1 = 60$ mm.

$$1,00\left(\frac{1}{60}-\frac{1}{-600}\right)=1,50\left(\frac{1}{60}-\frac{1}{s'_1}\right); \qquad \frac{1,50}{s'_1}=\frac{1,50}{60}-\frac{1,00}{60}-\frac{1,00}{600};$$

$$\frac{1,50}{s'_1}=\frac{0,50}{60}-\frac{1,00}{600} \qquad \frac{1,50}{s'_1}=\frac{5,00-1,00}{600}=\frac{4,00}{600}; \qquad s'_1 = 225 \text{ mm.}$$

$V_1O'_1 = 225$ mm.

El aumento que proporciona el primer dioptrio vale:

$$m_1=\frac{y'_1}{y_1}=\frac{n_1\, s'_1}{n'_1\, s_1}=\frac{1,00 . 225}{1,50\,(-600)}=-0,25 .$$

El tamaño de la imagen intermedia es: $y'_1 = m_1\, y_1 = -0,25 . 20 = -5,00$ mm.

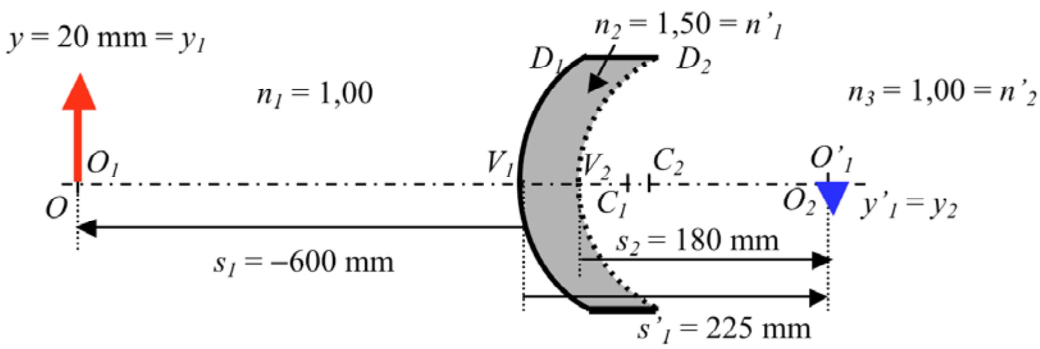


Imagen formda por dioptrio 2:

$s_2 = s'_1 - V_1V_2 = 225 - 45 = 180$ mm.

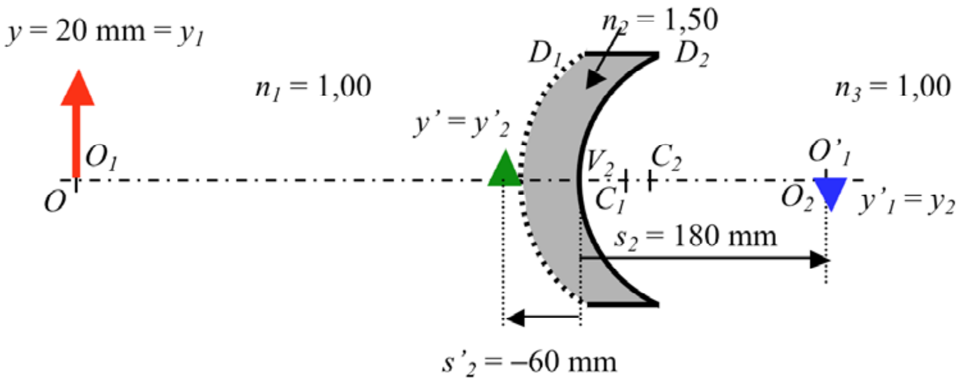
$$n_2\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{s_2}\right)=n'_2\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{s'_2}\right);$$

$n_2 = 1{,}50$; $n'_2 = n_3 = 1{,}00$; $s_2 = 180$ mm; $R_2 = 20$ mm.

$$1{,}50\left(\frac{1}{20}-\frac{1}{180}\right)=1{,}00\left(\frac{1}{20}-\frac{1}{s'_2}\right); \qquad \frac{1{,}00}{s'_2}=\frac{1{,}00}{20}-\frac{1{,}50}{20}+\frac{1{,}50}{180};$$

$$\frac{1{,}00}{s'_2}=-\frac{0{,}50}{20}+\frac{1{,}50}{180}; \qquad \frac{1}{s'_2}=\frac{-4{,}50+1{,}50}{180}=-\frac{3{,}00}{180};$$

$s'_2 = V_2O'_2 = V_2O' = -60$ mm.



$$m_2=\frac{y'_2}{y_2}=\frac{n_2\,s'_2}{n'_2\,s_2}=\frac{1{,}50\,(-60)}{1{,}00.180}=-0{,}50\,. \qquad y'_1 = y_2.$$

$y'_2 = m_2\,y_2 = (-0{,}50)\,(-5{,}00) = 2{,}50$ mm.

b) Otra manera de calcular el tamaño de la imagen final es:

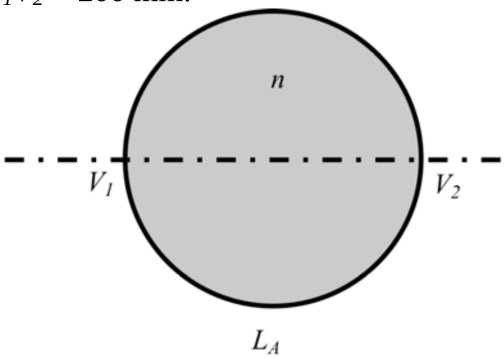
Aumento total: $m = m_1\,m_2 = (-0{,}25)\,(-0{,}50) = 0{,}125$.

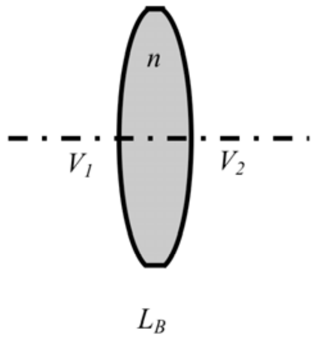
$$m=\frac{y'}{y}; \qquad y' = m\,.\,y = 0{,}125\,.\,20 = 2{,}50 \text{ mm}.$$

9. Sean las lentes gruesas L_A y L_B de la figura sumergidas en aire. De las siguientes características:

L_A: R_1 = 100 mm = $-R_2$; n = 1,5; V_1V_2 = 200 mm.

L_B: R_1 = 300 mm = $-R_2$; n = 1,5; V_1V_2 = 50 mm.





Determina para cada lente:
a) Las potencias de cada uno de los dioptrios que constituyen la lente.
b) La potencia de la lente.
c) Las focales de cada uno de los dioptrios que constituyen la lente.
d) Las focales de la lente.
e) El grosor aparente de la lente.

Un objeto O de tamaño 10 mm se sitúa de manera que $V_1O = -R_1$. Determina:
f) La posición de la imagen formada por la lente.
g) El tamaño final de la imagen formada por la lente.

SOLUCIÓN:

Lente L_A:

Dioptrio D_1:

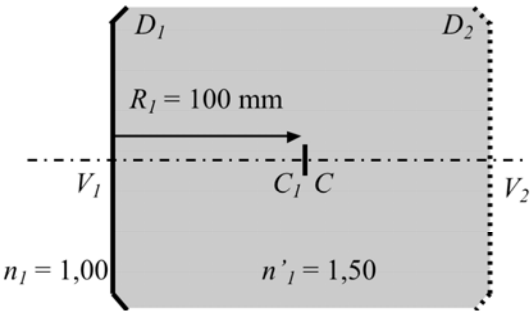


Figura 1

Dioptrio D_2:

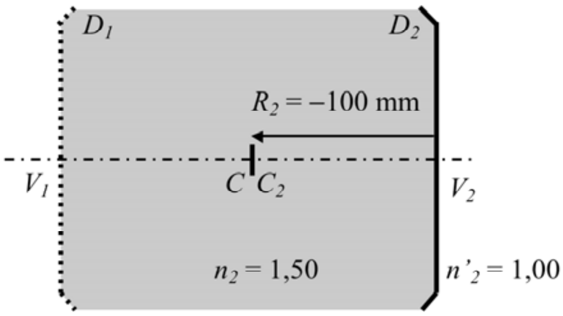


Figura 2

Lente L_A:

a) Dioptrio D_1:

$$P'_1 = \frac{n'_1 - n_1}{R_1};$$ n_1 = 1,00; n'_1 = 1,50; R_1 = 100 mm = 0,100 m.

$$P'_1 = \frac{1{,}50 - 1{,}00}{0{,}100} = 5{,}00 \text{ D.} \qquad P_1 = -P'_1 = -5{,}00 \text{ D.}$$

Dioptrio D_2:

$$P'_2 = \frac{n'_2 - n_2}{R_2}; \qquad n_2 = 1{,}50; \quad n'_2 = 1{,}00; \quad R_2 = -100 \text{ mm} = -0{,}100 \text{ m.}$$

$$P'_2 = \frac{1{,}00 - 1{,}50}{-0{,}100} = 5{,}00 \text{ D.} \qquad P_2 = -P'_2 = -5{,}00 \text{ D.}$$

b) $P' = P'_1 + P'_2 - \frac{V_1V_2}{n'_1} P'_1 P'_2;$ $\qquad V_1V_2 = 200$ mm $= 0{,}200$ m; $\quad n'_1 = 1{,}50.$

$$P' = 5 + 5 - \frac{0{,}200}{1{,}50}(5)(5) = 10 - \frac{20}{150}25 = 10 - \frac{10}{3} = \frac{20}{3} = 6{,}67 \text{ D.}$$

$$P = -P' = -\frac{20}{3} = -6{,}67 \text{ D.}$$

c) $f'_1 = \frac{n'_1}{P'_1} = \frac{1{,}50}{5{,}00} = 0{,}300 \text{ m} = 300 \text{ mm.}$ $\quad f_1 = \frac{n_1}{P_1} = \frac{1{,}00}{-5{,}00} = -0{,}200 \text{ m} = -200 \text{ mm.}$

$$f'_2 = \frac{n'_2}{P'_2} = \frac{1{,}00}{5{,}00} = 0{,}200 \text{ m} = 200 \text{ mm.} \qquad f_2 = \frac{n_2}{P_2} = \frac{1{,}50}{-5{,}00} = -0{,}300 \text{ m} = -300 \text{ mm.}$$

d) $f' = \frac{n'}{P'};$ $\qquad n' = n'_2 = 1{,}00;$ $\qquad f' = \frac{1{,}00}{\frac{20}{3}} = \frac{3{,}00}{20} = 0{,}150 \text{ m} = 150 \text{ mm.}$

$$f = \frac{n}{P}; \qquad n = n_1 = 1{,}00; \qquad f = \frac{1{,}00}{-\frac{20}{3}} = \frac{3{,}00}{20} = -0{,}150 \text{ m} = -150 \text{ mm.}$$

e) Imagen de V_1 a través del dioptrio D_2:

$$-\frac{n_2}{s_2} + \frac{n'_2}{s'_2} = \frac{n'_2}{f'_2}; \quad s_2 = V_2V_1 = -2R_1 = -200 \text{ mm}; \quad f'_2 = 200 \text{ mm}; \quad n_2 = 1{,}50; \quad n'_2 = 1{,}00.$$

$$-\frac{1{,}50}{-200}+\frac{1{,}00}{s'_2}=\frac{1{,}00}{200}; \qquad \frac{1{,}00}{s'_2}=\frac{1{,}00}{200}-\frac{1{,}50}{200}=-\frac{0{,}50}{200}; \qquad s'_2 = -400 \text{ mm.}$$

$g_{ap} = | s'_2 | = 400$ mm. La lente parece más gruesa de lo que realmente es.

f) Imagen formada por el dioptrio D_1:

$$-\frac{n_1}{s_1}+\frac{n'_1}{s'_1}=\frac{n'_1}{f'_1}; \qquad s_1 = V_1O_1 = -100 \text{ mm}; \quad f'_1 = 300 \text{ mm}; \quad n_1 = 1{,}00; \quad n'_1 = 1{,}50.$$

$$-\frac{1{,}00}{-100}+\frac{1{,}50}{s'_1}=\frac{1{,}50}{300}; \qquad \frac{1{,}50}{s'_1}=\frac{1{,}50}{300}-\frac{1{,}00}{100}=\frac{1{,}50-3}{300}=-\frac{1{,}50}{300};$$

$s'_1 = V_1O'_1 = -300$ mm.

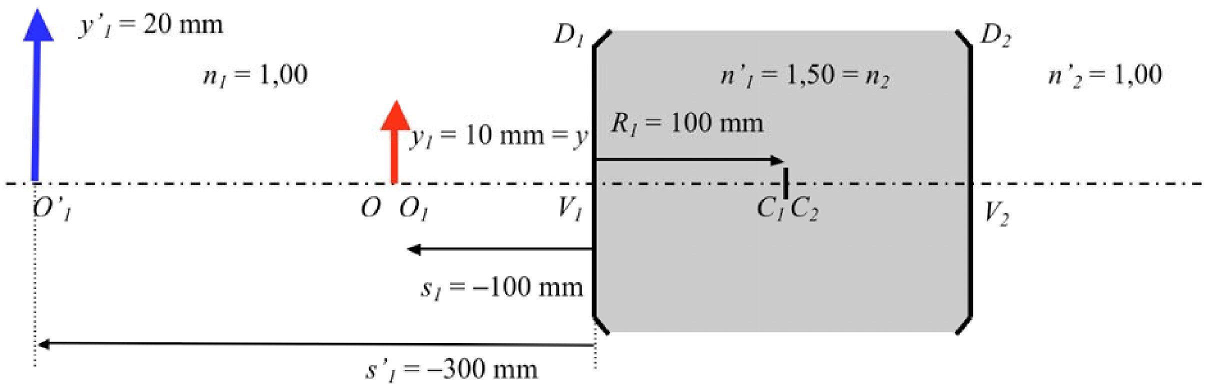


Imagen formada por el dioptrio D_2:

$$-\frac{n_2}{s_2}+\frac{n'_2}{s'_2}=\frac{n'_2}{f'_2};$$

$s_2 = V_2O_2 = -300 - 200 = -500$ mm; $f'_2 = 200$ mm; $n_2 = 1{,}50$; $n'_2 = 1{,}00$.

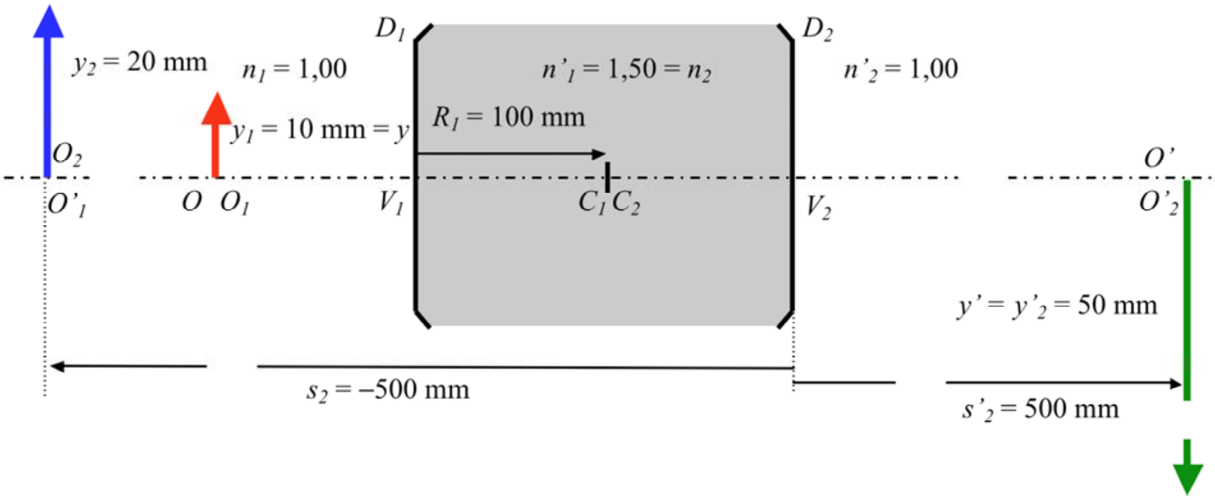
$$-\frac{1{,}50}{-500}+\frac{1{,}00}{s'_1}=\frac{1{,}00}{200}; \qquad \frac{1{,}00}{s'_1}=\frac{1{,}00}{200}-\frac{1{,}50}{500}=\frac{5{,}00-3{,}00}{1000}=\frac{2{,}00}{1000};$$

$s'_2 = V_2O'_2 = V_2O' = 500$ mm.

g) $$m_1=\frac{y'_1}{y_1}=\frac{n_1\, s'_1}{n'_1\, s_1}; \qquad m_1=\frac{1{,}00\,(-300)}{1{,}50(-100)}=+2. \qquad y'_1 = m_1 y_1 = 2.10 = 20 \text{ mm.}$$

$$m_2=\frac{y'_2}{y_2}=\frac{n_2\, s'_2}{n'_2\, s_2}; \qquad m_2=\frac{1{,}50.500}{1{,}00.(-300)}=+2{,}5.$$

$y'_2 = m_2 y_2 = m_2 y'_1 = 2{,}5.20 = 50$ mm $= y'$.



Otra manera de calcular el aumento final es:

$m = m_1 m_2 = 2.2{,}5 = +5.$ $\qquad$ $y' = my = 5.10 = 50$ mm.

Lente L_B:

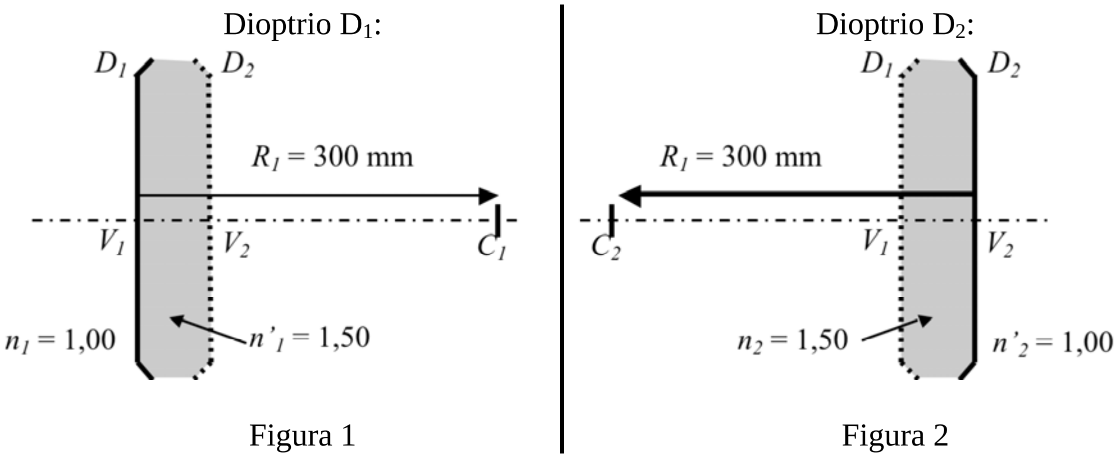


Figura 1 $\qquad$ Figura 2

a) Dioptrio D_1:

$$P'_1 = \frac{n'_1 - n_1}{R_1};$$ $\qquad$ $n_1 = 1{,}00$; $n'_1 = 1{,}50$; $R_1 = 300$ mm $= 0{,}300$ m.

$$P'_1 = \frac{1{,}50 - 1{,}00}{0{,}300} = \frac{5}{3} = 1{,}67 \text{ D.} \qquad P_1 = -P'_1 = -\frac{5}{3} = -1{,}67 \text{ D.}$$

Dioptrio D_2:

$$P'_2 = \frac{n'_2 - n_2}{R_2};$$ $n_2 = 1{,}50$; $n'_2 = 1{,}00$; $R_2 = -300$ mm $= -0{,}300$ m.

$$P'_2 = \frac{1{,}00 - 1{,}50}{-0{,}300} = \frac{5}{3} = 1{,}67 \text{ D.} \qquad P_2 = -P'_2 = -\frac{5}{3} = -1{,}67 \text{ D.}$$

b) $P' = P'_1 + P'_2 - \dfrac{V_1V_2}{n'_1} P'_1 P'_2;$ $V_1V_2 = 50$ mm $= 0{,}050$ m; $n'_1 = 1{,}50$.

$$P' = \frac{5}{3} + \frac{5}{3} - \frac{0{,}050}{1{,}50}\frac{5}{3}\frac{5}{3} = \frac{10}{3} - \frac{5}{150}\frac{5}{3}\frac{5}{3} = \frac{10}{3} - \frac{5}{54} = \frac{180-15}{54} = \frac{175}{54} = 3{,}24 \text{ D.}$$

$$P = -P' = -\frac{175}{54} = -3{,}24 \text{ D.}$$

c) $f'_1 = \dfrac{n'_1}{P'_1} = \dfrac{1{,}50}{\frac{5}{3}} = \dfrac{4{,}50}{5} = 0{,}900 \text{ m} = 900 \text{ mm.}$

$$f_1 = \frac{n_1}{P_1} = \frac{1{,}00}{-\frac{5}{3}} = -\frac{3{,}00}{5} = -0{,}600 \text{ m} = -600 \text{ mm.}$$

$$f'_2 = \frac{n'_2}{P'_2} = \frac{1{,}00}{\frac{5}{3}} = \frac{3{,}00}{5} = 0{,}600 \text{ m} = 600 \text{ mm.}$$

$$f_2 = \frac{n_2}{P_2} = \frac{1{,}50}{-\frac{5}{3}} = -\frac{4{,}5}{5} = -0{,}900 \text{ m} = -900 \text{ mm.}$$

d) $f' = \dfrac{n'}{P'};$ $n' = n'_2 = 1{,}00$; $f' = \dfrac{1{,}00}{\frac{175}{54}} = \dfrac{54{,}00}{175} = 0{,}309 \text{ m} = 309 \text{ mm.}$

$f = \dfrac{n}{P};$ $n = n_1 = 1{,}00$; $f = \dfrac{1{,}00}{-\frac{175}{54}} = -\dfrac{54{,}00}{175} = -0{,}309 \text{ m} = -309 \text{ mm.}$

e) Imagen de V_1 a través del dioptrio D_2:

$-\dfrac{n_2}{s_2} + \dfrac{n'_2}{s'_2} = \dfrac{n'_2}{f'_2};$ $s_2 = V_2V_1 = -50$ mm; $f'_2 = 600$ mm; $n_2 = 1{,}50$; $n'_2 = 1{,}00$.

$$-\frac{1{,}50}{-50}+\frac{1{,}00}{s'_2}=\frac{1{,}00}{600}; \qquad \frac{1{,}00}{s'_2}=\frac{1{,}00}{600}-\frac{1{,}50}{50}=\frac{1{,}00-18{,}00}{600}=-\frac{17{,}00}{600};$$

$s'_2 = -35{,}3$ mm.

$g_{ap} = |\, s'_2 \,| = 35{,}3$ mm. La lente parece más delgada de lo que realmente es.

f) Imagen formada por el dioptrio D_1:

$$-\frac{n_1}{s_1}+\frac{n'_1}{s'_1}=\frac{n'_1}{f'_1}; \qquad s_1 = V_1O_1 = -300 \text{ mm}; \quad f'_1 = 900 \text{ mm}; \quad n_1 = 1{,}00; \quad n'_1 = 1{,}50.$$

$$-\frac{1{,}00}{-300}+\frac{1{,}50}{s'_1}=\frac{1{,}50}{900}; \qquad \frac{1{,}50}{s'_1}=\frac{1{,}50}{900}-\frac{1{,}00}{300}=\frac{1{,}50-3}{900}=-\frac{1{,}50}{900};$$

$s'_1 = V_1O'_1 = -900$ mm.

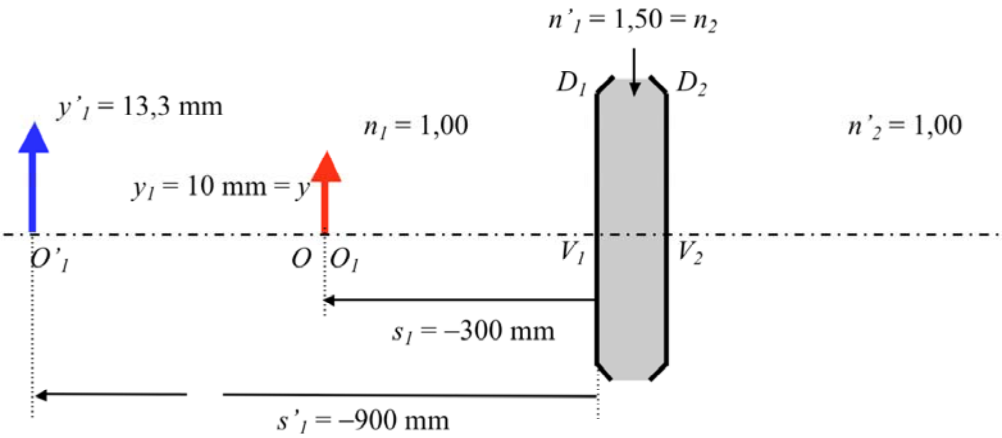


Imagen formada por el dioptrio D_2:

$$-\frac{n_2}{s_2}+\frac{n'_2}{s'_2}=\frac{n'_2}{f'_2}; \qquad s_2 = V_2O_2 = -950 \text{ mm}; \quad f'_2 = 600 \text{ mm}; \quad n_2 = 1{,}50; \quad n'_2 = 1{,}00.$$

$$-\frac{1{,}50}{-950}+\frac{1{,}00}{s'_2}=\frac{1{,}00}{600}; \qquad \frac{1{,}00}{s'_2}=\frac{1{,}00}{600}-\frac{1{,}50}{950}=\frac{19{,}00-12{,}00}{11400}=\frac{7{,}00}{11400};$$

$s'_2 = V_2O'_2 = V_2O' = 1629$ mm.

g) $$m_1=\frac{y'_1}{y_1}=\frac{n_1\, s'_1}{n'_1\, s_1}; \qquad m_1=\frac{1{,}00\,(-900)}{1{,}50.(-300)}=+2.$$

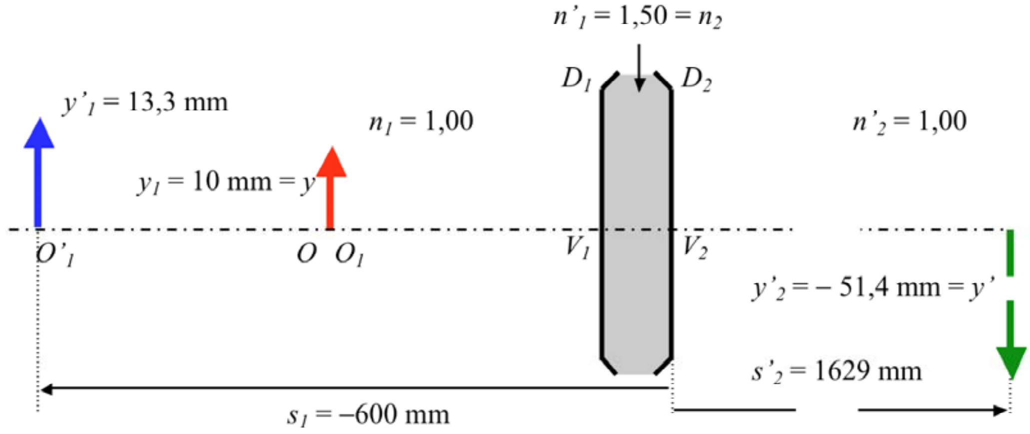
$y'_1 = m_1 y_1 = +2.10 = 20$ mm.

$$m_2 = \frac{y'_2}{y_2} = \frac{n_2\ s'_2}{n'_2\ s_2}; \qquad m_2 = \frac{1,50(1629)}{1,00(-950)} = -2,57.$$

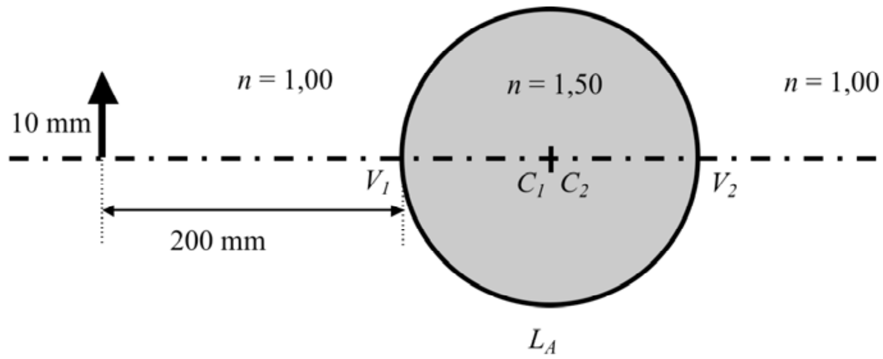
$y'_2 = m_2 y_2 = m_2 y'_1 = -2,57.20 = -51,4$ mm $= y'$.

Otra manera de calcular el aumento final es:

$m = m_1 m_2 = +2(-2,57) = -5,14.$ $\qquad y' = my = -5,14.10 = -51,4$ mm.

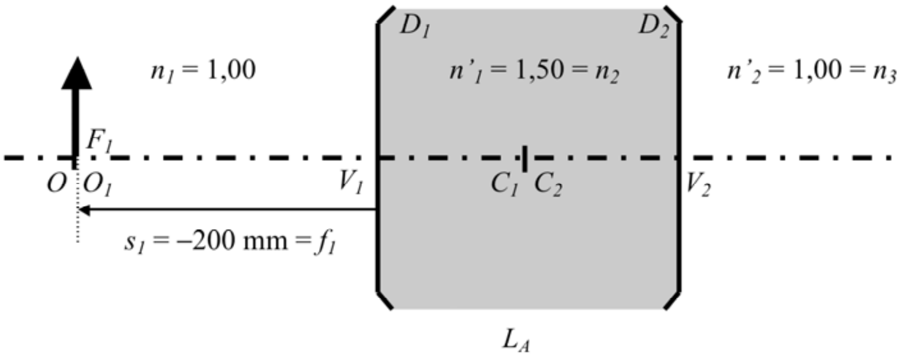


10. Sea la lente esférica L_A del ejercicio anterior. Un objeto de 10 mm de altura se sitúa 200 mm delante de la lente según se muestra en la figura. Determina:
a) La posición de la imagen final.
b) El tamaño de la imagen final.



SOLUCIÓN:

a) Esquematizando la lente L_A en aproximación paraxial:



Del ejercicio anterior sabemos que:

D_1: $P'_1 = 5,00$ D. $P_1 = -5,00$ D. $f'_1 = 300$ mm. $f_1 = -200$ mm.

D_2: $P'_2 = 5,00$ D. $P_2 = -5,00$ D. $f'_2 = 200$ mm. $f_2 = -300$ mm.

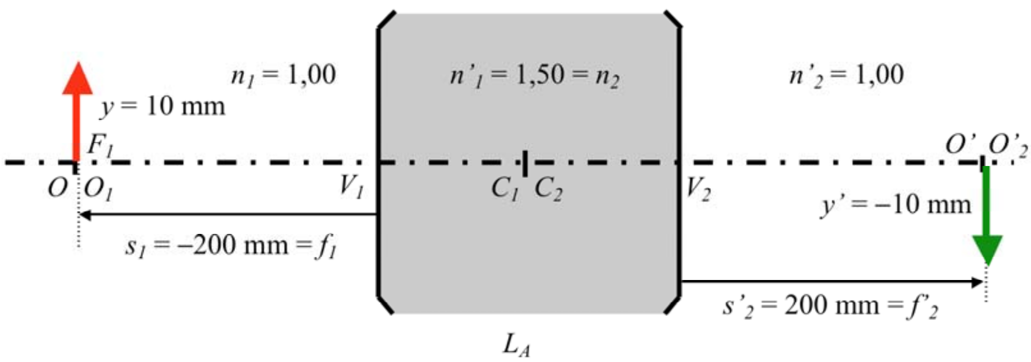
Imagen formada por el dioptrio D_1:

$s_1 = f_1 = V_1O_1 = V_1O = 200$ mm.

Se trata de un sistema de Badal ya que el objeto está situado en el plano focal objeto del primer dioptrio.

La imagen final estará situada en el plano focal imagen del segundo dioptrio.

$s'_2 = f'_2 = V_2O'_2 = V_2O' = 200$ mm.



b) El aumento en un sistema de Badal viene dado por:

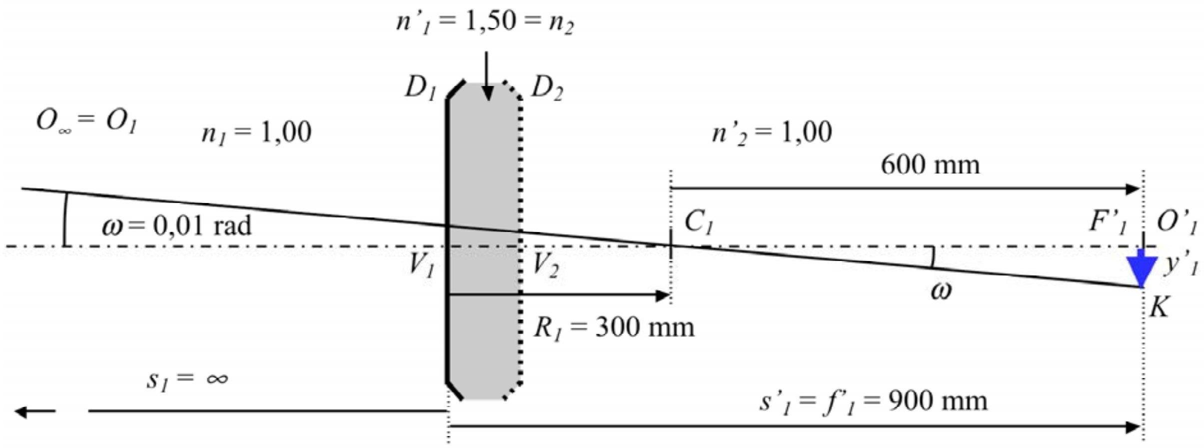
$$m = \frac{y'}{y} = \frac{n_1\, f'_2}{n'_2\, f_1} = \frac{1,00(200)}{1,00(-200)} = -1. \qquad y' = m\,y = (-1)10 = -10 \text{ mm.}$$

11. Sea la lente esférica L_B del ejercicio 9. Un objeto cuyo diámetro aparente es de 0,01 rad se encuentra situado en el infinito. Determina:
a) La posición de la imagen intermedia que forma el dioptrio D_1.
b) El tamaño de la imagen intermedia.
c) La posición de la imagen final.
d) El tamaño de la imagen final.

R/ a) $V_1O'_1$ = 900 mm; b) y'_1 = 6 mm; c) V_2O' = 352 mm; d) y' = 3,6 mm.

SOLUCIÓN:

a) El objeto subtiende desde la lente un ángulo $\omega = 0{,}01$ rad. Este ángulo debe tomarse desde el centro del dioptrio D_1.



Por estar situado el objeto en el infinito, $s_1 = V_1O_1 = \infty$, su imagen se formará en el plano focal imagen del dioptrio D_1.

Así pués: $s'_1 = f'_1 = V_1O'_1 = 900$ mm.

b) El tamaño de la imagen deberá buscarse geométricamente a partir del triángulo C_1O_1K.

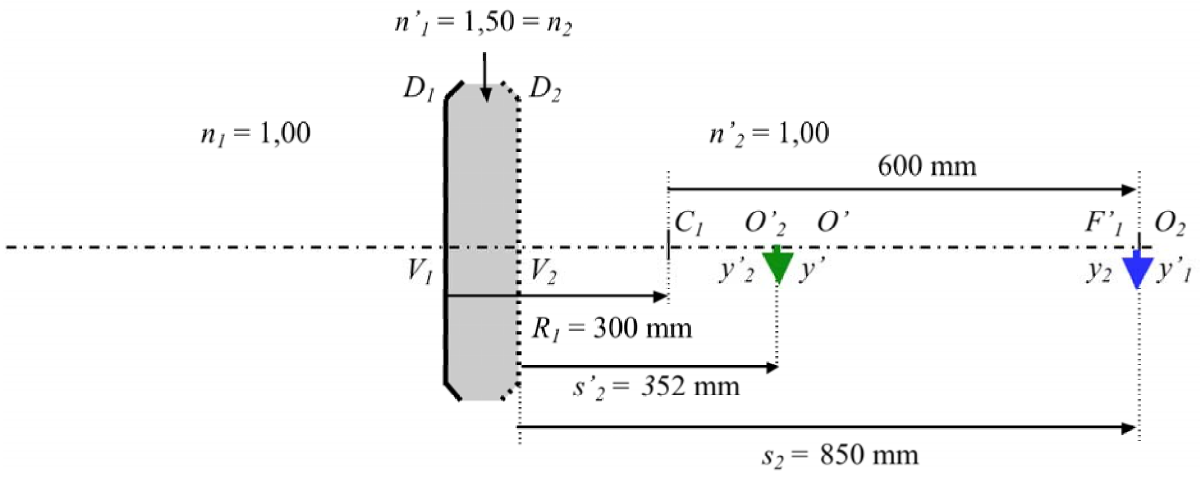
$y'_1 = C_1F'_1\,\omega = 600.0{,}01 = 6$ mm.

c) $-\dfrac{n_2}{s_2} + \dfrac{n'_2}{s'_2} = \dfrac{n'_2}{f'_2};$

$s_2 = V_2O_2 = s'_1 - V_1V_2 = 900 - 50 = 850$ mm; $f'_2 = 600$ mm; $n_2 = 1{,}50$; $n'_2 = 1{,}00$.

$$-\frac{1{,}50}{850} + \frac{1{,}00}{s'_2} = \frac{1{,}00}{600}; \qquad \frac{1{,}00}{s'_2} = \frac{1{,}00}{600} + \frac{1{,}50}{850} = \frac{17+12}{10200} = \frac{29}{10200};$$

$s'_2 = V_2O'_2 = V_2O' = 352$ mm.



d) $m_2 = \dfrac{y'_2}{y_2} = \dfrac{n'_2\ s'_2}{n_2\ s_2} = \dfrac{1{,}50(352)}{1{,}00(850)} = +0{,}62;$ $\qquad y'_2 = m_2 y_2 = (+0{,}62)6 = 3{,}6\text{ mm} = y.$

---

12. Sea una lente gruesa de índice n = 1,50 sumergida en aire tal que: R_1 = −150 mm; R_2 = −300 mm y V_1V_2 = 450 mm.

Determina:

a) Las potencias de cada uno de los dioptrios que constituyen la lente.

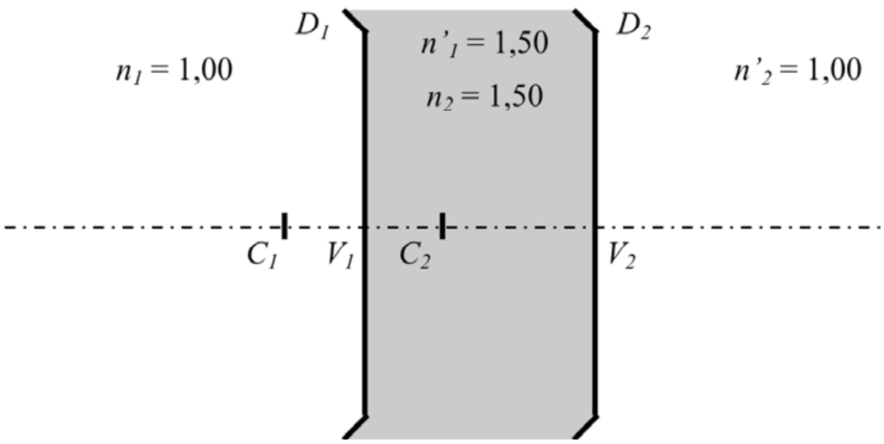
b) La potencia de la lente.

c) Las focales de cada uno de los dioptrios que constituyen la lente.

d) Las focales de la lente.

e) El grosor aparente de la lente.

SOLUCIÓN:



a) Dioptrio D_1:

$$P'_1 = \frac{n'_1 - n_1}{R_1};$$ $n_1 = 1{,}00$; $n'_1 = 1{,}50$; $R_1 = -0{,}150$ m $= -150$ mm.

$$P'_1 = \frac{1{,}50 - 1{,}00}{-0{,}150} = -\frac{0{,}50}{0{,}150} = -\frac{500}{150} = -\frac{10}{3} = -3{,}33\text{ D.} \qquad P_1 = -P'_1 = \frac{10}{3} = 3{,}33\text{ D.}$$

Dioptrio D_2:

$$P'_2 = \frac{n'_2 - n_2}{R_2};$$ $n_2 = 1{,}50$; $n'_2 = 1{,}00$; $R_2 = -0{,}300$ m $= -300$ mm.

$$P'_2 = \frac{1{,}00 - 1{,}50}{-0{,}300} = \frac{0{,}50}{0{,}30} = \frac{5}{3} = 1{,}67\text{ D.} \qquad P_2 = -P'_2 = -\frac{5}{3} = -1{,}67\text{ D.}$$

b) $P' = P'_1 + P'_2 - \dfrac{V_1V_2}{n'_1} P'_1 P'_2;$ $V_1V_2 = 0{,}450$ m $= 450$ mm; $n'_1 = 1{,}50$.

$$P' = -\frac{10}{3} + \frac{5}{3} - \frac{0{,}450}{1{,}50}\left(-\frac{10}{3}\right)\frac{5}{3} = -\frac{5}{3} + \frac{5}{3} = 0\text{ D.} \qquad P = -P' = 0\text{ D.}$$

Se trata de un sistema afocal.

c) $$f'_1 = \frac{n'_1}{P'_1} = \frac{1{,}50}{-\frac{10}{3}} = -\frac{4{,}50}{10} = -0{,}450\text{ m} = -450\text{ mm.}$$

$$f_1 = \frac{n_1}{P_1} = \frac{1{,}00}{\frac{10}{3}} = \frac{3{,}00}{10} = 0{,}300\text{ m} = 300\text{ mm.}$$

$$f'_2 = \frac{n'_2}{P'_2} = \frac{1{,}00}{\frac{5}{3}} = \frac{3{,}00}{5} = 0{,}600\text{ m} = 600\text{ mm.}$$

$$f_2 = \frac{n_2}{P_2} = \frac{1{,}50}{-\frac{5}{3}} = -\frac{4{,}50}{5} = -0{,}900\text{ m} = -900\text{ mm.}$$

d) $f' = \dfrac{n'}{P'};$ $n' = n'_2 = 1{,}00$; $f' = \dfrac{1{,}00}{0} = \infty$ mm.

$f = \dfrac{n}{P};$ $n = n_1 = 1{,}00$; $f = \dfrac{1{,}00}{0} = \infty$ mm.

e) Imagen de V_1 a través del dioptrio D_2:

$-\frac{n_2}{s_2}+\frac{n'_2}{s'_2}=\frac{n'_2}{f'_2}$; $s_2 = V_2V_1 = -450$ mm; $f'_2 = 600$ mm; $n_2 = 1,50$; $n'_2 = 1,00$.

$$-\frac{1,50}{-450}+\frac{1,00}{s'_2}=\frac{1,00}{600}; \qquad \frac{1,00}{s'_2}=\frac{1,00}{600}-\frac{1,50}{450}=\frac{15,00-30,00}{9000}=-\frac{15,00}{9000};$$

$s'_2 = -600$ mm.

$g_{ap} = |s'_2| = 600$ mm. La lente parece más gruesa de lo que realmente es.